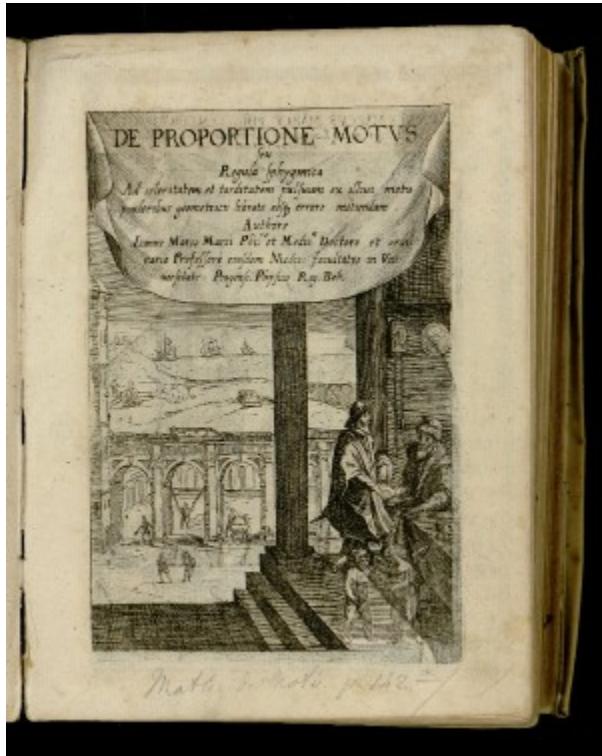


Marci of Kronland, Johannes Marcus, *De proportione motus, seu regula sphygmica ad celeritatem et tarditatem pulsuum,*
1639



Bibliographic information

Author: Marci of Kronland, Johannes Marcus

Title: *De proportione motus, seu regula sphygmica ad celeritatem et tarditatem pulsuum*

Date: 1639

Permanent URL

Document ID: MPIWG:WZEFEN2S

Permanent URL: <http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/MPIWG:WZEFEN2S>

Copyright information

Copyright: [Max Planck Institute for the History of Science](#) (unless stated otherwise)

License: [CC-BY-SA](#) (unless stated otherwise)

DE PROPORTIONE MOTUS

seu

Regula sphyigmica

AD celeritatem et tarditatem pulsuum ex illius motu
ponderibus geometricis librato absque errore metiendam.

Authore

Ionanne Marco Marci Phil:ae er Medic:ae Doctore et ordi
nario Professore eiusdem Medic: facultatis in Vni
uersitate Pragenſi Phyſico Reg: Boh.

IOANNES MARCVS MARCI PHIL: & MEDIC: DOCTOR

et Professor natus Landscronæ Hermundurarum in Boëmia

anno 1595, 13 Iunij.



[Figure 1]

DIVO
FERDINANDO
TERTIO

AUGUSTISSIMO ROMANORUM
IMPERATORI

Hungariæ & Bohemiæ Regi &c.
Domino meo Clementissimo.

Augustissime Cæsar

DVm ut annus hic nouus TUÆ Maje-
stati auspicatus ordiatur, vota conci-
pio, & à tenuitate meà munusculum
TUÆ Maie: gratum e flagito: ecce ti-
bi hunc ipsum, qui annum auspicatur, atque sua in ve-
stigia reuolut, motum mihi ultrò, ut Mercurius sit
& munus, se offerentem: quid enim inquit extra
me quæris? in me sunt omnia. Absit, in quam ego,
ut ad Cæfarem eas, qui tam instabilis es & infidus,

atque eadem, quæ dare videbaris, rursum aufers. Nulum, inquit ille periculum ab instabilitate: hic enim Senex, ut vides, me quadratum fecit: quòd si tibi ita videtur, me vel cubum facias. Benè inquam res habet, ad Cæsaremibis: verùm his ego te priùs circulis illigabo, atque; his lineis ceu virgulis sub leges Geometriæ cogam, ut non nisi ad nutum Cæfaris mōpearis: sis autem mensura & simul custos illius motus, à quo Regalis vita pendet. Hunc ergo motum Augustissime Cæsar modulis geometricis adfictum, & nunc Medicinæ famulantem ad TUAM Maiestatem tanquam Primum Motorem remitto, qui & cores & Sol Imperij & Regnorum, Tuæque benignitatis motu hunc in me motum commouiti. Motum quidem hunc TUÆ Maiestati vt Soli & Motori, at verò eidem Soli vt illuminatori Iridem votiuam, gratitudinis & debitæ observantiæ ergo à TUÆ Maiestatis radijs conceptam hic idem annus in proximo dabit: quam huc usque; quantumuis confspici volentem, & suà pulchritudine ambitionam eadem fata, quæ pacem morantur, detinueré: ut nimirum hoc demum anno pace é victorijs

TUÆ Maiestatis nascente & pluuiá sanguinis ejusdem radijs fíccatá, Iris conspicua veluti arcus trium phalis TUÆ Maiestatis sequatur pompam triumphalem.

Augustissimæ Maiestatis Tuæ

humillimus Servus & Cliens

Joannes Marcus Marci.

Definitiones.

1.

Contraria dicuntur quæ tollunt, uel impediunt suum contrarium.

NAM contrariorum est natura, ut simul esse non possint in uno subjecto: necesse ergo unum ab altero tolli, aut quò minus recipiatur in illo subiecto impediri. Itaque; calori frigus contrarium dicunt non totà suà latitudine, sed secundùm illos gradus, qui simul esse non possunt in eodem subiecto, quatuor autem gradus caloris cum totidem gradibus frigoris non esse contrarios, verùm inter se misceri, atque; ex illis ita permixtis temperiem nasci. Simili modo motus motui dicet ut contrarius, qui à termino illius idem mobile abducit, nullamque; partem viæ seu accef-sus ad illum terminum habet communem. Vt si in fig: 1 ex a in b moveatur, erit motus contrarius, qui ex eodem a idem mobilè in e ab dicit. Motus verò ex a in d non erit contrarius absolutè, propterea quòd hic motus non abducit à termino motus b, verùm ad hunc in omni puncto propriùs accedit: quòd si enim ex b ducantur lineaæ be. bf. bg, erit linea bf minor quam be, & bg minor quam bf. Hujusmodi ergo motus dum inter se

mifcentur, non se mutuó tollunt absolutè, verúm in eo in quo sunt similes, in motum medium coalescentes vià mediá vtrique; termino propinquant: in quantum verò contrarij, illam rectitudinem viæ tollunt. Contraria ergo dicuntur quæ tollunt, vel impediunt suum contrarium.

2.

Similia verò qua augent vel perficiunt suum simile.

VT si ad motum ac alius ac cedat impulsus, qui per eandem lineam ac moveat idem mobile, erit hic motus illi similis, ac proinde eundem dicetur augere, quemadmodum calor aliud calorem fibi similem: calor autem à luce, aut è contra, quia dissimiles, non dicentur augeri.

3.

Et mixta à quibus actiones procedunt mixtæ.

ILLarum nimirum qualitatum, quæ vim habent agendi, latius sumpto nomine actionis, pro qualibet actione etiam perfectiù: itaque; illa quoque; mutatio, quam dulcoacidum inducit, actio dicetur mixta: quem admodum frigus calore temperatum actionem efficere èx utroque; mixtam. Sic ergo motus dicetur

mixtus, dum impulsum neque; in totum similis, neque; in totum est contrarius alteri impulsui.

4.

Motus absolutè contrarij, qui idem mobile ducunt ex eodem puncto ad partes oppositas ejusdem lineaè rectæ.

5.

Motus secundum quid contrarij, qui ex illo puncto, seu principio motus angulum ducunt majorem a ut minorem recto minorem verò duobus rectis.

6.

Motus qui ex eodem puncto tendunt ad easdem partes lineaè rectæ inter se sunt similares.

7.

Motus qui minori angulo absunt magis sunt similares

8.

Motus perfectè mixti quorum principium est angulus rectus.

VT si in fig: 2. ex eodem puncto a mouetur idem mobile simul in b & e, dicetur hic motus absolutè contrarius. Motus verò ex eodem puncto a in b & d, aut in b & f, quorum hic major, ille minor sit angulo

cto, erunt motus secundùm quid contrarij: propterea quòd non ex toto se impediunt aut tollunt: contrarie-
tas enim motus ex accessu & recessu ad eundem termi-
num prouenit: motus autem secundùm quid contrari;
dum inter se miscentur, licet suos terminos non af-
sequantur, ijsdem tamen continuò fiunt propiores.

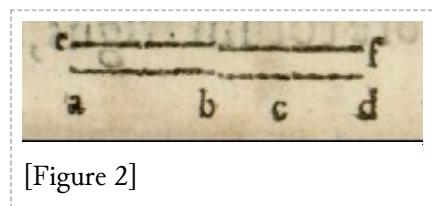
Quia verò lineæ motus quò minori angulo absistunt,
eò propiùs accedunt ad terminum, erunt hi motus ma-
gis similes: perfecta autem similitudo in eadem linea
rectà, quæ ad eundem terminum perducit. Motus de-
mum, quorum principium est angulus rectus, quia ex
illà mixtione propiores quidem fiunt termino motus,
intervallum autem in fine motus spatio inter principi-
um & terminum motus est æquale, nimirum in fig: 7.
dicentur motus perfectè mixti: tantùm enim con-
trarij, quantùm similitudinis inest;

Positiones:

I.

Simile & æquale auget suum simile in eadem rati-
one, totum quidem totum, pars verò partem sibi æqualem.

Si linea ad æqualis linea ef, & diuidatur bifariam in
b: quòd si ergo tota linea ad addatur toti e f, sicuti tota

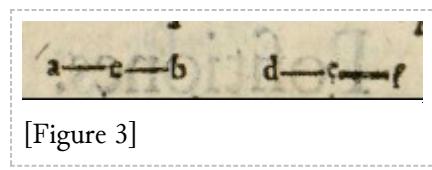


[Figure 2]

toti, & semis̄is̄ semis̄i, & triens trienti est æqualis, ita tota totam, & semis̄is̄ semis̄sem, & triens trientem augmentabit in eadem ratione, in quā tota totam. Si ergo semis̄is̄ ab addatur toti ef, quia ut ad ad ab, ita ef æqualis ad ad eandem ab, erit augmentum æquale ejusdem semis̄is̄: sola ergo semis̄is̄ linea ef augetur à semis̄is̄ linea ad in eā ratione, in quā tota auget totam. Et quia linea ad ad semis̄sem ab rationem habet duplam, habebit quoque, ef ad illam semis̄sem, hoc est ad suum augmentum rationem duplam. Simili modo si augmentum cd sit triens linea ad, erit linea ef ad illud augmentum in ratione triplā. Simile ergo & æquale auget suum simile in eadem ratione &c.

II.

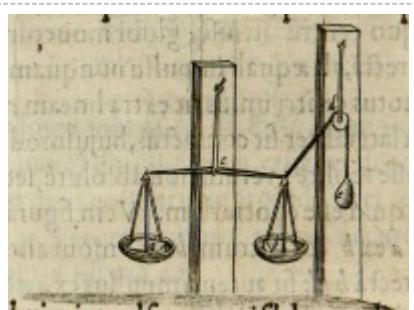
Contrarium æquale tollit vel impedit suum contrarium in eadem ratione, totum quidem totum, pars verò partem sibi æqualem



[Figure 3]

Sit ab ipsis df contrarium & æquale, & diuidantur bifariam in c & e: quia ergo ab totum est æquale ipsi df toti, erit quoque semis̄is̄ ef æqualis semis̄is̄ cb: tollit autem ab totum df, tollet ergo & eb totum ef: quod idem de reliquis partibus, quacunque ratione diuidantur, ostendemus. Dices calorem & frigus esse contra ria, neque; tamen à calore totum frigus, neque; à frigore

tum calorem tolli & expelli, verūm tantum illorum excessus: partes verò mutilatas inter se misceri, & amicabili societate in eodem subiecto coniungj orūm si in gradibus remifsis deeſt illa proprietas contrariorum, neque; sanè contrarietas inerit. Quidquid tamen sit de illis qualitatibus, de quibus alio loco differendum, conſtat ex illā, quæ in motu eſt contrarietate, si æqualis fit, nullum ſe qui motum: ſi major, hujus excessui eſſe æqualem. Conſtituatur enim in bilance ab c pondus a 8. lib. quod vectem deprimet impulſu 8, li-

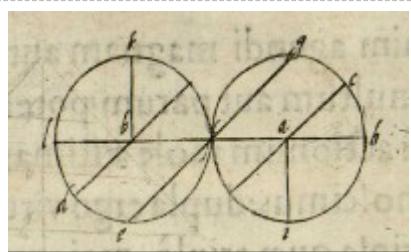


[Figure 4]

brali, atque; hujus impulſus non niſi ab æquali totidem librarum ponderis b impulſu inhibetur. Quòd ſi pondus in e lib. 5. eundem vectem ſurfum trahat, erit impulſus in a lib. 3. pondus ergo ſeu impulſus in e contrarius impulſui in a tollit partem ex a ſibi æqualem. Simili modo ſi duo globi æquali niſu, & in eadem lineā motus centri ſibi occurrentes collidantur, nullus ab

lo contactu erit móitus: major verò impulsus minorem reflectet, tantò verò minori velocitate mouebitur à contactu, quantò major est resistentia minoris: quia nimirum impulsus minor à majori tollit partem sibi æqualem, simul verò occumbit erit ergò excessus majoris principium motus à contactu: & cùm sit agens necessarium, motum producit sibi a qualem. Dices interdum fieri ut duo globi sibi occurrentes uterque; resiliat: quod non nisi ab æquali impulsu esse potest; propterea quód motus est æqualis excessui majoris. Respondeo si motus, quo centrum utriusque; globi mouetur, sit in eadem linea rectà ab æquali impulsu nunquam resiliare: si autem motus centri unius sit extra lineam motus alterius, quia lateraliter sit contactus, hujusmodi quidem motum posse resiliare: verùm non absolutè, sed tantùm secundùm quid esse contrarium. Vt in figurà subjectà si centrum a ex h, & centrum b ex l moueantur in eadem linea rectà h fl: sit autem impulsus ex a æqualis impulsui ex b, à contactu in f nullus erit motus: propterea quód impulsus æquales æqualiter reluctantur, seque; impediunt à motu. Quód si verò centrum grauitatis a ex c in a, & centrum grauitatis b ex d in b moueatur; quia linea motus ac. db non coincidunt eidem linea rectæ, dico hujusmodi motum non absolutè, sed secundùm quid esse contrarium. Ducantur enim ex punto

tactus f lineæ fg. fe motui centri parallelæ, lineæ nimirum hypomochlij, extra quas cadunt centra a & b: quia ergo plaga non nisi per centrum fit grauitatis, erunt lineæ fab. fbb lineæ motus à percusione: sunt autem lineæ ai.bk lineæ motus centri extra hypomochlium:



[Figure 5]

quia ergo lineæ motus ab. ai, & bl.bk angulos ducunt iah.lbk minores duobus rectis, erunt per defini: 5 motus secundùm quid contrarij, ac proinde inter semiscentur per prop: 31. Verùm de motu reflexo accuratiùs dice-
mus à prop: 36. usque; ad 40.

III.

Mixtarum virium mixtæ sunt actiones in ea-
dem ratione, in quā miscentur miscibilia.

CVm enim mixtum sit sua miscibilia inter se unita, &
necessariò agat, actionemque; producat fibi æqua-
lem aget secundùm se totum, ac proinde secundùm il-
las partes, quæ in illo toto miscentur: actio ergo mixta

quia toti æqualis, habet partes virtuales illis partibus, à quibus producitur æquales.

IV.

Virtus agendi & actio inter se sunt æquales, estque idem modus incrementi.

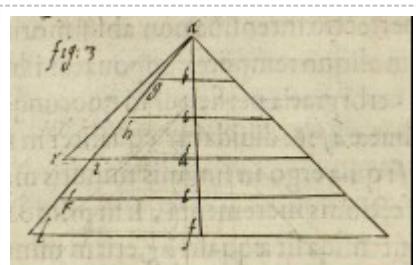
VIrtutem enim agendi magnam aut paruam dicimus, quæ multùm aut parum potest agere: itaque; hujus molem ex actionum mole æstimamus; actionem verò ab effectu noscimus: dupla ergo virtus, quæ actionem dupló, & tripla quæ triplò majorem, aut magis perfectam producit. Et quia virtus naturalis non liberè sed ex necessitate agit, actionemque; producit sibi æqualem, erit idem modus incrementi utriusque;

Lemma,

Si punctum æqualiter moueatur in plano motu simul recto & laterali in eadem proportione utriusque interualli, describet illo motu triangulum.

MOueatur in fig: 3. punctum a ex a in f per lineam rectam af æqualiter in longum & latum, ita nimirum ut in quolibet punto longitudo excursus lateralis sit æqualis longitudini motus recti inter idem punctum

& principium motus, id est ab ipsi bg, & ac ipsi cb, & ad ipsi di, & ac ipsi ek, & af ipsi fl sit æqualis, dico puncta aghikl cadere in latus al trianguli alf. Quòd si enim punctum i, u:g: dicatur non in latus al, sed extra illud ca-



[Figure 6]

dere in r, ducatur linea ar, eritque; angulus rad major angulo iad. quia ergo latus dr lateri da est æquale, & angulus adr rectus, erunt anguli dar. dra inter se æquales, ac proinde semisses anguli recti. Similiter quia latus fl est æquale lateri fa, & angulus afl rectus, erunt anguli fal. fla inter se æquales; igitur & angulus laf angulo rad erit æqualis pars toti, quod est absurdum: non ergo punctum i extra latus al cadit. Simili modo ostendemus non cadere intra illud latus: cadet ergò necessariò in ipsum latus. Si ergo punctum æqualiter moueatur in plano motu simul recto & lateralí in eadem proportione &c.

V.

Perfectio intensua augetur eo modo, quo triangulum sibi simile manens.

QVia perfectio intensua non absque; motu fit, ac proinde in aliquo tempore: supponatur illud tempus, quo calor verbi gratia perficitur in quo cunque; gradu, effe æquale lineæ af. & diuidatur æqualiter in minuta ab. bc. cd. de. ef: quia ergo in singulis minutis majora fiunt hujus perfectionis in crementa, si in primo minuto ab perfectio intensua sit æqualis bg, erit in minuto secundo bc major quam bg, & in tertio minuto cd major quam ch: dico hujusmodi incrementa esse similia inter se, ac proinde eo modo augeri, quo triangulum sibi simile manens. Quia enim hæc perfectio continuò augetur, & veluti latefcit ex illo punto quietis; natura autem uniformiter agit, sibique; semper est similis, erunt quoque; similia incrementa: Sicut ergo perfectionem summam in tempore af æqualem lineæ fl, ita in hujus temporis semifffe: perfectionis semifffem producit: igitur ut tempus af ad perfectionem fl, ita tempus ac ad perfectionem ek hoc est ut latus af trianguli afl ad latus fl, ita latus ae trianguli aek ad latus ek; ac proinde similia erunt triangula afl. aek. perfectio ergo intensua augetur eo modo, quo triangulum sibi simile manens.

VI.

Impulsus grauitatis ducetur secundum rationem distantiarum,
quam habet centrum grauitatis ab hypomochlio.

Hic positionis veritatem probat Archimedes in libro de æquiponderantibus: & nos in libro de Arcu cælesti ejus rationem à priori dare enitemur; quæ non nisi ex natura impulsus prius explicata reddi potest, hujus ergo demonstrationem supponentes eā veluti jam demonstrati in posterum utemur.

Propositio I.

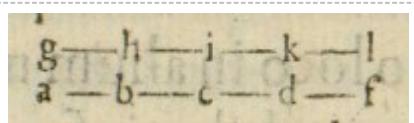
Impulsus est virtus seu qualitas, loco motiva, quæ non nisi in tempore, & per spatum mouet finitum.

IMpulsus dicitur ab impellendo: impellitur autem mobile, dum loco suo expulsum in aliud transferatur, aut simpliciter; aut secundum quid, seu per commutationem, dum loco totius immoto partium loca permutantur: quod duobus modis fieri potest, inchoatiè, & perfectè. Inchoatiè dico, quæ secundum nullam partem sensibilem, sed per atomos in sensiles vibrationes quadam mouentur; cujusmodi sunt corpora sonora, quæ dum sonant, motu quadam tremulo

tant: & quæcunque; corpora minorem habent impulsum, quam ut loco moueantur: ut cùm tellus, aut faxum malleo percussum tremit quidem ex illo impulsu, secundùm nullam verò partem sensibilem loco mouetur. Quod si neque; sonum edant corpora, neque; tremulâ vibratione motum testentur, non videntur recipere impulsum: ut si granum milij terræ incidat: minorem enim habet proportionem hic impulsus, quam ut aliquam partem loco moueat, aut ab alijs auellat. Tremor autem a percusione videtur non absque; distractio- ne fieri atomorum: dum minor est impulsus, quam ut totum moueat: major verò quam ilia vis partium unitiuia, quâ inter se continuantur. Illa ergo corpora, quæ uniones habent solubiles absque; reunione, fragilia sunt: cujusmodi vitrum, lapides, gemmæ; quæ iteratis per- cussionibus, ob plures uniones solutas, demum franguntur, & disiliunt: metalla verò tametsi tremunt sonantque; à percusione, ob atomos tamen reunibiles non nisi cùm impetus longius abduxit, franguntur. Sic aqua in calice vitro subfultat, & veluti æstu agitur ad motum digitii per margines circumacti: motu verò ac celerato extra calicem falit, suaque aspergine etiam longius adstantes attingit. Itaque; hic impulsus à principio quidem non nisi secundùm quid, & inchoatiuè, solum tremorem inducendo: inde commutatione partium,

quā in gyrum aguntur, perfectā: demum motu sūmpli-
citer mouent. Vt igitur impulsus loco moueat mobi-
le, necesse illam resistentiam, quā in loco suo aut alieno
detinetur, superate. Secundūm quid autem inchoa-
tiūe mouetur, cūm æquatis viribus inter se luctantur
virtus partium vnitua & impulsus: quā quidem ratio-
ne cymbala, cordæ, atque; æra tinnula mouentur. Lapi-
des verò & quæ fragilia sunt, quia ex impulsu uniones
sensim depereunt, neque; reuniri possunt, demum à per-
cussione continuatā pluribus unionibus euersis, seu
quia impulsui necdum exsoluto aliis superuenit im-
pulsus, franguntur. Manifestum ergo ex his Impul-
sum esse virtutem finitam, quæ non quamlibet mo-
lem, sed finitam loco mouere & impellere potest. Et
quia motus ex uno loco in alium non nisi per medium
interuallum defert mobile, ejusmodi motum non pos-
se fieri in instanti, sed in aliquo tempore ita ostende-
mus. Moueatur ex a in b, inter quæ mediant partes lo-
ci cdefg &c. per quas necessariō transit in b; propterea
quòd nequit medium transfilire: quòd si ergo non nisi
in uno momento mouetur ex a in b, erit eodem momen-
to simul in cdef pluribus locis adæquatis, quod nullâ
ratione fieri potest. Simili modo ostendemus alio
momento in g, alio in f, priùs nimirum in parte priori
quam posteriori motum terminari: pluribus ergo mo-

mentis mouetur ex a in b, ac proinde motus necessariò fit in tempore. Sed neque; tempore infinito per spatiū mouétur finitum, si nimirum motus ejusdem sit rationis & sibi similis; nam si velocitas proportionaliter decrescat, non repugnat per spatiū finitum tempore moueri infinito; ut si per lineam conchoideos accessus fiat ad alteram parallelam, spatiū interjectum nullo in tempore transibit. Moueatur ergo mobile ex a in f motu æquali quantumuis lento: & sumatur tempus quodcunq; ik, eritque; mobile extra terminum a, in quo quiescebat. aut igitur in ik aliquam partem ug: a b, aut insensibile punctum transmisit. Si partem, metietur hæc spatiū af aliquo numero finito: igitur & tempus, quo totum spatiū decurrit, erit finitum. Si



[Figure 7]

non nisi punctum: quia tempus diuidi potest, transibit in hujus semisse interuallum puncto minus, quod est absurdum: non igitur motus æqualis per spatiū finitum tempore infinito esse potest. Sed neque, in tempore finito per spatiū infinitum: nanque in semisse temporis, atque; hujus semisse &c. nunquid spatiū perambulabit infinitum? quod si motus illâ sectione demum terminabit in aliquâ parte finitâ, erit quoque; totum finitum. Deinde cùm motus incipiat à termino, erit necessariò finitus. moueatur enim ex a per spatiū bcde

f &c. in infinitum in tempore ghikl finito: igitur partem quidem b in aliquà parte temporis transibit, quæ sit g; mensurabit proinde tempus aliquo numero finito: & cùm motum ponamus similarem, qui in tempore æquali partes conficit æquales, totidem partes erunt in spatio bcdef, quon tempore ghikl, ac proinde totum interuallum erit finitum. Igitur impulsus est virtus finita, quæ non nisi in tempore & per spatium mouet finitum.

Propositio II.

Impulsus est agens necessarium, motumque; producit fibi æqualem.

NEcessarium dico non solùm quò ad exercitium actus, quo modo omnia agentia, quæ non liberè agunt, necessaria dicuntur; sed etiam quò ad perfectiōnem actus, hoc est agere secundū totum posse, seu summam perfectionem tribuere suo effectui: quod non faciunt reliqua agentia naturalia, quæ non nisi à leuibus initijs ad summa euadunt incrementa: ut manifestum in calefactione. At verò impulsus statim à principio motum velocissimum producit: qui demum spatij tractu languescit & emoritur, Cujus ratio est,

quòd impulsus fit qualitas transiens, quæ non potest in subjecto conferuari absque; motu: quòd si enim mobile ad motum concitatum vel uno momento detineas, nulus ex illo contactu sequitur motus: nisi ergo à principio, priusquam virtus exsoluator, agat, nunquam suum finem affequetur: unde à velocissimo & sibi æquali motu exorsus, quantùm virium deperit, tantum de celeritate remittit Neque; hic nobis aduersantur, qui neficio quas morulas inducunt, velocius moueri dicentes illud mobile, quod paucioribus morulis quiescit: nam ex illorum quoque; sententià impulsus id quod potest summum operatur: & à principio quidem paucioribus morulis quiescit, inde veluti ex illo motu lassatus longiora dicit interualla.

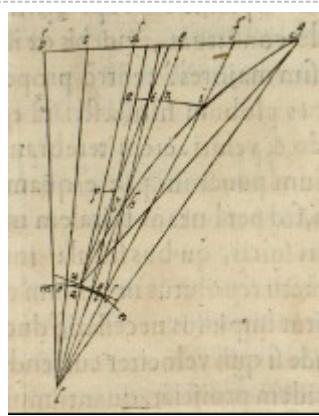
Propositio III.

Impulsus non nisi per lineam rectam mouet suum mobile.

DEmotu quidem, qui procedit à grauitate, nullum est dubium fieri per lineam rectam: sed etiam ea, quæ projiciuntur seu manu, seu machinà, rectitudinem feruare constat; tantò enim metam feriunt ictu certiore, quantò minus principium motus à linea recta aberauit. At verò quæ circulariter mouentur, dubitatem nem habent: propterea quòd ex impulsu non per

am rectam, sed circularem moueri videantur. Nihilominus etiam in his, quæ circulariter mouentur, impulsum ad motum rectum inelinare, & non nisi vi ab hypomochlio illatà circumagi facile ostendemus. Etenim è ratione mouetur totum, quà illius partes, cùm motus totius sit fuerum partium motus: at verò partes singulæ dum circumaguntur, si non firmiter cohærent suo hypomochlio, non in circulum, sed per lineam rectam mouentur: quod quidem in illà rotà versatili, quà gemmæ poliuntur, aut in lapide molari licebit experiri: quòd si enim in illà planicie propè centrum arenam, aut quid simile constitutas, videbis ex illà rotatione ad circulos sensim maiores à centro propelli, & demum excuti. Obijcies globum fistulà striatà emissum velocissimè gyrando, & veluti aërem terebrando ad metam venire, neque; ullum punctum, præterquam centrum, per lineam rectam, sed per lineam spiralem moueri: quia nimirum ab illis fulcis, quibus fistula interné excaatur, toto illo tractu reuolutus impulsum colligit circularem: non igitur impulsus necessariò dicit per lineam rectam. Deinde si quis velociter currendo sagittam jaculetur, aut lapidem projiciat, quantumuis principium motus per lineam fiat perpendicularē, non tamen il lud mobile per lineam rectam, sed arcuatim fursum eluctatur: propterea quòd non ad idem punctum, à quo

moueri cepit, fit relapsus, verùm ad procursum jaculantis in anteriora profertur. Itaque; auem in volatu dejcere volentes, illius volatum tantisper oculis & arcu intentis sequuntur, & tum in ipso motu sagittam ejaculantur: qui motus non videtur fieri per lineam rectam. Ut si avis ex b in f feratur, sagitta per lineas mb.oc illius volatum secuta, in linea demum ad à neruo excussa eadem figet in g. at verò ex a in g non nisi arcuatim & per lineam inflexam, cujusmodi ahig euadit: propterea quòd motus sagittæ videtur compositus ex illo motu,



[Figure 8]

quo ad motum arcus, & quo à neruo impulsa mouetur: at verò motus, quo cum arcu mouetur, est circulatis habens centrum in oculo sagittantis: motus ergo ab hoc

in sagittam deriuatus, ac proinde motus ex utroque; mixtus erit circularis. Describatur arcus mn, cuius centrum in oculo l, semidiameter vero sagitta al: quae ubi per arcum ma moueri coepit, ab alio impulsu a nero deriuato per lineam agitur ad: dico motum ex utroque mixtum, nimis ex motu man, & ex motu ad non posse fieri per lineam rectam. Sit enim motus in ad ad motum in man, ut linea recta ap ad arcum aq: & assumatur linea qh aequalis linea ap, eritque; motus compositus ex ap. aq in h: similiter ostendemus motum in i & g componi ex motu recto & circulari: dico per puncta hig non posse duci lineam rectam. Sit enim, si fieri potest, linea ab ig recta, & ex punto q ducatur linea tangens circulum in q, quae utrimque; producta fecet lineas lf. Id in punctis s. u: eruntque; linea qs. qu inter se aequales: quibus ex punto i ducatur linea parallela ix, eritque; angulus ixq rectus, quia ergo in triangulo hxi duo anguli hxi. xhi dubius angulis hqu. qhu trianguli hqu sunt aequales, uterque; utriusque, erunt similia inter se; ac proinde ut hi ad hq, ita xi ad qu, hoc est ad qs illi aequalis. est autem linea hx aequalis linea hq: igitur & linea xi erit aequalis linea qs, quod est absurdum: sequeretur enim lineas is. xq in centro l concurrentes esse parallelas. Respondeo ad primum, motum globuli, quo gyrando ad metam vadit, esse compositum ex impulsu recto, quem ipsi

fert puluis pyrius à tergo incensus, & eximpulso laterali, quem viarum seu canaliculorum anfractus globulo erumpenti conciliant: partes enim globuli prominentes fulcis impressæ, eosdem ductus sequendo, illâ gyratione globulum reuoluunt; quem motum adjuuat ignis eadem viâ pabulum sequendo, & globulum impellendo: dico ergo hunc motum partim similem illi motui, quo rota circumagit, partim dissimilem: propterea, quod globulus circa centrum mobile, rota autem circa immobile reuoluatur. At verò trochus aut turbo, dum gyrando in aëre labitur, motu prorsus simili fertur: nam ex impulsu funiculi multis spiris revoluti & retracti in gyrum agitur circa mobile centrum: quod suâ gravitate inter gyrandum descendit. at verò impulsus, quo rota aut turbo circulariter mouetur, si non impediatur, non circulari, sed motu recto movebitur: quemadmodum exemplo illarum rerum, quæ ad motum rotæ circumaguntur, ostendimus Itaque; si catenula conuoluta unâ extremitate in illius plano firmetur, videbis ex illâ vertigine sensim reuolui, & demum in lineam tangentem ejusdem circuli extendi. Ita trochus aut turbo aquâ conspersus in motu reficcatur, dum aquæ guttulæ ex illo impulsu lineam rectam sequendo auelluntur. Simili ergo modo impulsus, qui globulum reuoluit, si non impediatur, lateraliter, & per

am rectam mouebit. quod quidem constabit, si globulum friabilem substituas: ex motu enim gyrationis in atomos infinitas dissipabitur. At verò continuitas partium globuli dissolui nequit ob firmitatem, neque; lateraliter moueri ob resistentiam illarum partium, quæ impulsu contra ita aguntur: quòd enim linea tangentes, tot: dem inesse videntur impulsus: itaque; centrum globuli tantò magis detinetur in linea recta, quantò majori velocitate in gyrum mouetur. Dices quam ob rem ergo turbo, dum super axe mouetur horizonti parallelo, non eandem firmitatem habet sui centri à partibus circumactis? neque enim eidem puncto insit axis, verùm huc illuc incerto motu oberrat. Respondeo id ab in æquali illarum partium situ, quibus planum tangit, prouenite: cùm non in puncto fiat contactus. quia ergo in superficie illius plani aspera & in æquali partes aliae sunt depressoæ, aliae prominentes & verrucoæ, necesse mutationem fieri in motu: dum vel subsidet in lacunas, vel ad tubercula offendit. Ad secundam objectionem, dico fagittam circulariter moueri ex illo motu, quo cum arcu mouetur; impulsus enim à centro detinetur, quò minùs per lineam rectam moueat: at verò motus fagitæ à neruo excusso, quia à nullo detinetur, per lineam fit medium inter tangentem & lineam rectam, siue per diametrum parallelogrammi, cuius latera sunt in

tione illorum motuum. Deinde esto demus impulsum lateraliter abducentem esse circularem, non tamen sequitur motum compositum esse circularem: nam motus quidem compositus ex motu recto ap & circulari aq non in h, ut supponebatur, verùm in y abducit mobile, propterea quòd interuallum motus circularis in fine motus compositi sit æquale arcui aque similiter dum ex y per lineam fertur yz æqualem lineæ ap, impulsu circulari spatiū transmittit zt æquale spatio py seu arcui qs: dico puncta ayt esse in linea rectâ, ac proinde motum compositum ayt rectum non verò circularem.

Ducantur enim diametri ay. y t: quia ergo angularis zyt angulo pay, hic autem angulo alterno ayq est æqualis, erit eidem angulus zyt ad verticem æqualis, ac proinde linea ayt recta. Ratio autem quamobrem impulsus non nisi per lineam rectam moueat, est hæc: quia cùm motus sit via ad conjunctionem seu unionem cum suo termino, ad quem mouetur, erit non sibi sed finis gratia, ac proinde sicuti nihil deficere, ita nihil abundare debet: at verò sicuti in via rectâ nihil de est ad finem consequendum, ita omnes reliquæ abundant: abundare enim dicitur, absque; quo finis potest obtineri. Deinde cùm impulsus sit agens necessarium, habebit & actionem & modum agendi determinatum; determinatio autem non nisi in linea rectâ esse potest, cùm hæc

fit una, lineæ verò obliquæ infinitæ. Confirmatur ex modo agendi reliquorum agentium naturalium, quæ non nisi per lineas rectas operantur.

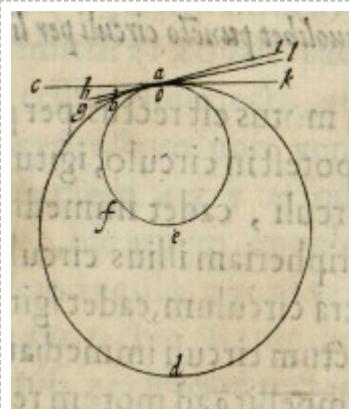
Propositio IV.

Impulsus in quolibet puncto circuli per lineam fit tangentem.

QVia enim motus est rectus per pro: 3. talis autem esse non potest in circulo, igitur si incipiat ab aliquo puncto circuli, cadet immediatè post illud punctum extra peripheriam illius circuli: non potest autem cadere intra circulum, cadet igitur extra circulum.

Probatur, punctum circuli immediatè ante contactum verbi gratia a impellit o ad motum rectum: punctum ergo immediatè post illum contactum erit cum duobus punctis a & o in linea recta, aut certè ad hujus rectitudinem quam proximè fieri potest, accedet: at verò intra peripheriam circuli nullum esse potest punctum, quod cum duobus illis punctis a & o sit in linea recta, aut ad natu-ram lineæ rectæ quam proximè accedat, verum ad maiorem curvitatatem: cùm necessariò sit in peripheria alius cuius circuli minoris. Cadat enim, si fieri potest, intra

circulum illud punctum, per quod ducitur linea recta,
& sit b: describatur autem circulus minor afp tangens
priorem in a: quod si ergo punctum b cadit extra pe-
ripheriam hujus circuli, erit angulus bae minor quidem
recto, major autem angulo semicirculi fae contra prop:
16. tert: Verum quia posset quis dicere illud punctum



[Figure 9]

necessariò cadere intra omnes circulos etiam in infini-
tum minores, propterea quod angulus semicirculi sit
major quovis angulo acuto: alia ratione idem often-
demus. producatur ergo linea ab utrimque; in g. i secans
circulum in g, arcus autem ag diuidatur bifariam in b, &
ducatur linea bal; eritque; angulus hab, atque; huic ad

cem æqualis angulus ial major angulo contactus cah,
atque; huic æquali angulo kad: multo ergo major angu-
lus gab, atque; angulus iad angulis contactus cah. kad:
puncta ergo circa contactum circuli a majori inter-
uallo absunt à linea quavis secante, quam à linea conta-
ctus, ac cum illis punctis, quæ in linea sunt tangentे,
magis accedunt ad naturam linea rectæ, quam cum il-
lis punctis, quæ in linea sunt secante: motus ergò à con-
tactu per lineam fit tangentem. Quæ igitur circulari-
ter mouentur, si in illà gyratione ab hypomochlio libe-
rentur, motu deinceps recto feruntur, facto initio mo-
tus ab illo punto circuli, in quo ab hypomochlio avel-
luntur. Ita ergo lapis funda circumactus, ubi ex illà ro-
tatione impulsum collegit, laxata habenæ auolat motu
recto per lineam tangentem circuli, cuius semidiami-
eter est longitudo fundæ.

Propositio V.

Impulsus æqualis eodem vel æquali tempore per spatiū mouet
æquate.

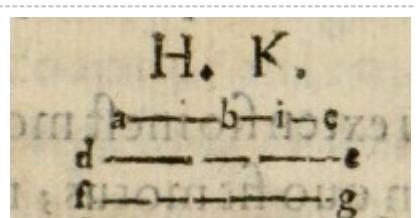
MAGnitudo seu extensio inest motui non perse, sed
ratione loci in quo fit motus; motum enim mag-
num dicimus, qui magno, paruum qui paruo spatio con-
tinetur; siue actu habeat illam extensionem, siue

aliter tantum: ut cum idem spatium currendo aut ambulando sapienter remetimur. Quia vero ejusdem aut aequalis magnitudinis eadem est mensura: est autem mensura motus tempus: erit quoque; ejusdem aut aequalis motus idem tempus. Motus ergo aequalis in tempore aequali per spatium fit aequale: & cum impulsus fit agens necessarium, motumque; producat sibi aequalem, per prop: 2. aequalis impulsus in eodem vel aequali tempore per spatium mouebit aequale.

Definitio.

Impulsus qui minori tempore per spatium mouet aequale aut major, dicatur velox: qui vero majori tempore per spatium mouet aequale aut minus, dicatur tardus.

VT si mobile H per spatium de in tempore ab minori, mobile vero K per idem spatium de, aut huic aequale figura in tempore ab majori moueatur: impulsus quo H mouetur velox, quo autem K mouetur dicetur tardus. velocius enim spatium transmitti dicimus, in quo mobi-



[Figure 10]

le minus immoratur, seu ut Atomistæ volunt, in quo paucioribus morulis interquiescit. Quod autem

nori tempore per spatiū æquale, idem quoque; minori tempore per spatiū majus mouetur. Diuidatur enim excessus temporis bifariam in i: atque; hujus semissis bi ad-datur minori ab, eritque; tempus compositum abi majus quidem minori ab, minus verò tempore majori abc. in tempore ergò abi spatiū majus quam de, ac proinde in minori tempore spatiū majus perambulabit. Eodem modo ostendemus, si quid æquali tempore per spatiū majus moueat, idem in minori tempore per spatiū majus moueri: si nimirum hujus excessum bifariam fecemus: nam spatiū illud æquale, atque; hujus semissim in minori tempore pertransibit.

Propositio VI.

Impulsus major eodem vel æqualis tempore per spatiū majus, minori verò tempore per spatiū mouet æquale.

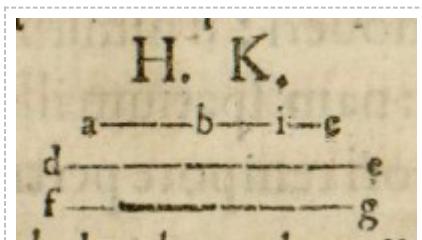
IMpulsus magnum dicimus non extensiū, sed inten-siū, cuius perfectionem sequitur velocitas motus. quia ergo major velocitas in minori tempore per spatiū mouet æquale aut majus, per defin: impulsus verò major majorem velocitatem producit, propterea quòd agens fit necessarium, motumque; producat fibi

lem: mouebit fane eodem vel æquali tempore per spa-
tium majus, minori verò tempore per spatiū æquale.

Propositio VII.

Velocitas motus eadem rationem habet quam interualla, rati-
onem verò fuorum temporum reciprocām.

Sit velocitas H dupla velocitatis K: dico hujus interual-
lum in ratione quoque; esse duplā ad illud interuallum,



[Figure 11]

per quod velocitas subdupla eodem vel æquali tempo-
re mouetur: at verò tempus, quo velocitas dūpla per
spatiū æquale mouetur, in ratione subduplā ad tem-
pus velocitatis minoris, Vt si velo citas H in tempore ab,
velo citas autem K in tempore abc per idem spatiū de,
aut illi æquale fg moueatur, erit ut velocitas H ad veloci-
tatem K, ita tempus abc minoris velocitatis ad tempus ab
majoris velocitatis. Quia enim velocitas motus sumi-
tur à magnitudine interualli, erit in eadem ratione in
quā interuallum, ac proinde velo citas dupla per spatiū
mouebit duplum. Eft autem tempus mensura cu-
jusque; velocitatis, minor quidem majoris, major autem mi-
noris; quot igitur magnitudines minoris interualli in

majori, totidem mensuræ velocitatis majoris in mensura velocitatis minoris continentur.

Propositio VIII.

Velocitas à principio motus per lineam perpendiculararem est æqualis grauitati, minor verò per lineam inclinatam.

IMpulsus, quó magis impeditur ab alio impulsu, eò minus mouet: est autem grauitas impulsus deorsum seu ad mundi centrum mouens; in linea ergo perpendiculari quia à nullo impeditur impulsu, estque; agens necessarium, motum producit sibi æqualem, eritque velocitas motus æqualis grauitati. In linea verò inclinata, quia grauitas impeditur ab hypomochlio, mouebit tantò minus, quantò magis impeditur, per prop: 14. ac proinde velocitas erit minor grauitate. Velocitas ergo a principio motus per lineam perpendiculararem est æqualis grauitati, minor verò per lineam inclinatam.

Propositio IX.

Velocitas continuò augetur in motu naturali, minuitur in motu violento.

GRauia enim quò ex loco altiori cadunt, majori violentià incidunt: violentia autem major ex

fu majori, qui illo descensu continuò majus ac majus capit augmentum. Itaque; videmus globos ferreos à machinà bellicà & vi ignis altissimè extolli, ut relapsu longiore impulsu colligant majorem ictuque; violentiore urbium tecta d'ruant. Sic etiam fistucis altius sublatis palos adidunt & terræ magis infiunt. Similiter pondus è filo pendulum, quò magis dimouetur à sua statione, majori vi recurrit, & ultra stationem procurrit: qui excursus non ad grauitatem, sed ad impulsu illo recursu collectum referri potest. At verò impulsus major eodem vel æquali tempore per spatiū majus, minori verò tempore per spatiū æquale aut etiam majus mouet per prop: 6. ac proinde per definitionem majori velocitate. velocitas ergo continuò augetur in motu naturali, quod primò erat demonstrandum. Quæ autem motu violento mouentur, cuiusmodi projecta seu manu, seu machinà, à principio quidem velocissimè, inde minùs velociter mouentur, impulsu veluti senescente: quia nimirum hujus principium est externum, à quo in motu separantur: virtus autem finita, quæ non nisi in tempore & per spatiū mouet finitum: non igitur extra illud tempus mouere, ac proinde neque; in subiecto conseruari potest. Emoritur autem seu naturâ suâ, seu quia grauitas contraria hunc sensim atterit minuitque: ad cuius decrementum grauitas magis ac magis inualefcit:

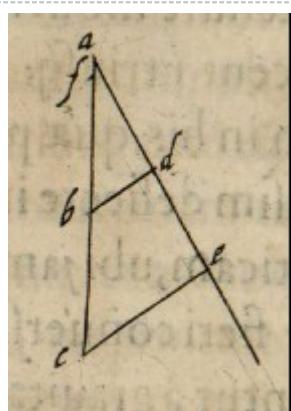
unde priusquam vincat, motu mixto ferri, demum ubi præualuit, reuersionem fieri videmus. In motu verò naturali principium motus est internum, nimirum grauitas, & qui à grauitate nascitur impulsus: qui cùm sit agens necessarium, motum producet sibi æqualem, & prius quam finiat hunc motum, continuo ex eadem radice alius atque; alius impulsus renascens velocitatem motus continuo augebit incremento. Dices quam ob rem ergo grauia, dum in hypomochlio quiescunt, nihilo magis grauitant, si continuo veluti fluxu inde nascitur impulsus? Respondeo impulsum quidem continuo fluxu à grauitate renasci, verùm quantum grauitas producit, tantundem resistentia & quies violenta in hypomochlio absunt: quo usque; ergo grauia quiescunt, idem manet impulsus, qui nequit ab eo motu in subiecto conseruari. Qui opinantur grauia non à se ipsis, verùm à suo magnetæ seu tellure moueri quæ opinio non caret probabilitate, dicent utriusque; motus principium esse externum: verùm in his, quæ projiciuntur, in motu separari, atque ita sensim deficere impulsum; ob retractiōnem verò magneticam, ubi jam præualuit, non aliter quam à grauitate fieri conuersionem motus. Quæ autem moueri dicuntur à grauitate, habere impulsum à tellure, atque; eo modo, quo ferrum ad suum magnetem moueri, at verò velocitatem ex illà tractione

tinuata nasci, dum impulsus sibi ipsi instat non aliter quam si à tergo impelleretur.

Propositio X.

Incrementa velocitatis eadem ratione fiunt in motu recto & inclinato.

TAmetsi grauitas in linea inclinata deficiat ab illa perfectione, quam habet in linea perpendiculari, non tamen eo modo, quo in linea horizontali quiescit tota: excessus enim illius partis, quæ cum centro extra hypomochlum cadit, à nullo impeditur: & cùm sit agens necessarium, motum producit sibi æqualem. quia verò velocitas continuò augetur in descensu, sicuti grauitas perfecta in linea perpendiculari se habet ad suum augmentum, ita grauitas diminuta in linea inclinata se



[Figure 12]

habebit ad suum augmentum. Moueatur enim ex a idem mobile per lineam perpendiculararem abc & per

neam inclinatam ade: quia ergo motus ad motui ab, & motus ae motui ac est æqualis ut prop: 13. ostendemus: sunt autem duo triangula dab. eac similia inter se, erit ut bc ad ba, ita de ad da, incrementa nimirum velocitatis motus in linea perpendiculari & linea inclinata. In incrementa ergo velocitatis eadem ratione fiunt &c.

Propositio XI.

Impulsus in quolibet motu seu recto, seu inclinato est major gravitate.

Motum in quolibet puncto linea perpendicularis esse majorem suæ gravitatem nullum est dubium: nam cum velocitas cum ipso motu incipiat augeri, sicuti à principio est æqualis gravitati, ita in progressu erit major gravitate. At vero de motu per lineam inclinatam dubitari potest: propterea quod à gravitate fiat impedita, ac proinde minori: id tamen hac ratione ostendemus. Gravitas in linea inclinata eò magis impeditur à suæ velocitate, quod magis hæc inclinatur, estque; sinus anguli inclinationis idem qui gravitatis excessus: uti prop: 14. ostendemus: gravitas ergo per lineam perpendiculari ad gravitatem per lineam inclinatam, ut sinus totus ad finum complementi anguli inclinationis, ac proinde ut linea ab ad linea ad. at vero velocitas in b

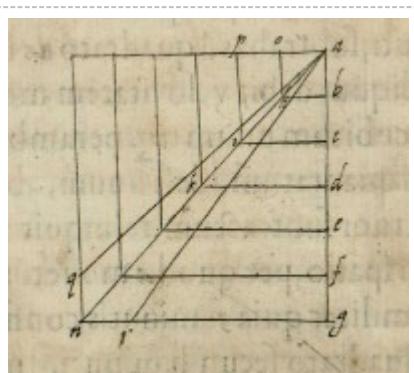
majorem rationem habet ad velocitatem in aliquo puncto f, cum omni magnitudine data minor assumi possit: est autem velocitas in f major sua gravitate: erit ergo velocitas in d major quoque; eadem gravitate, cum majorem rationem habeat velocitas in b ad velocitatem in f, quam ad velocitatem in d. Idem de quouis alio puncto ostendemus. impulsus ergo in quolibet motu seu recto, seu inclinato est major gravitate.

Propositio XII.

Incrementa velocitatis rationem habent quam temporum quadrata.

Quia virtus loco motu eo modo augetur, quo triangulum sibi simile manens, per posit: 5. propterea quod hujus augmentum sit perfectio intensiva; cum ex illo puncto quietis veluti latefcit, angulum constituit sui augmenti, majorem minoremque pro cuiusque; perfectione, quam obtinet in principio motus, siue ex natura sua, siue ex impedimento: majori enim perfectioni maior angulus debetur. Sit primum angulus natus a missis anguli recti; tempus vero a in minuta ab. bc. cd. de. ef. fg. æqualiter diuisum: velocitas ergo motus augetur impulsu augecente in primo quidem minuto in hb, in 2. in ic, in 3. in kd, atque; itæ consequenter æquatam

areâ illius trianguli rectanguli, cuius longitudo numerus minutorum, basi verò terminus augmenti. Quia verò eadem est ratio motus & virtutis impulsuæ, vir-



[Figure 13]

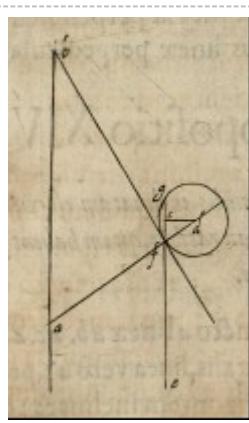
tus quidem dupla in eodem aut æquali tempore mouebit per spatum duplum: quòd si ergo in primo minuto ab virtus a latecens, cum quâ pariter crescit velocitas motus, terminum habet sui incrementi in hb, in secundo minuto in ic, in 3. in kd &c. erit ut triangulum rectangulum iac ad triangulum rectangulum hab, ita spatum decursum in duobus minutis ad spatum decursum in uno minuto; at verò duo triangula iac. hab funt semifess duorum quadratorum ipac. hoab. ac proinde in èadem ratione, nimirum duplicatâ ejus, quam habent latera ic. hb: igitur ut quadratum lateris ic ad quadratum lateris hb, ita motus duorum minutorum ad

motum unius minutij; propterea quod latus ca ad latus
ba eandem habeat rationem, quam latus ic ad latus hb,
ac proinde illorum quadrata in eadem quoque, ratione,
nimirum duplicata. Itaque; si quadratum lateris ab, hoc
est primi minutij, subtrahas a quadrato ac secundi minu-
ti, numerus reliquus dabit velocitatem motus in eodem
minuto: ut si cubitum unum vg. perambulet in primo
minuto, hujus quadratum, id est unum, ab illius quadra-
to, id, est a quatuor subtractum relinquit tria totidem
cubitorum illi spatio, per quod a mouetur in minuto 2.
tribuenda. Similiter quia 3. minutis conficit cubitos 9.
ablato ex his quadrato secundi minutij, numerus reli-
quus dabit velocitatem 5. cubitorum, qui minuto 3. de-
bentur. Rursum a numero 4. minutij in se ducto, id est
16. ablatis 9. quadrato tertij minutij rem anet numerus 7.
pro 4. minuto: totidem ergo cubitorum spatium trans-
mittit mobile a in minuto quarto. Quod si angulus
augmenti major sit aut minor semisse anguli recti, ut
angulus qag. aut rag, quod quidem contingit, cum vir-
tus impulsiva magis aut minus est intensa, tum quidem
illa virtus magis perfecta ex illo puncto continuo majo-
ra fumit incrementa: eadem tamen demonstratio, atque;
eadem est proportio utrobique;, propterea quod parallelo-
gramma in proportione quoque; sint duplicata suorum
laterum simul sumptorum.|

Propositio XIII.

Motus per lineam perpendiculararem & lineam inclinatam, quorum terminos conjungit linea recta perpendicularis ad lineam inclinatam, inter se sunt æquales.

ÆQuales dico non velocitate, quæ minor est in linea inclinata, sed duratione: hoc est si ex eodem puncto incipiat motus Vg. ex b, & unum quidem mobile per linam perpendiculararem ba, alterum verò huic æquale per lineam bf ad horizontem inclinatam mouetur: a sumpto quolibet puncto in linea perpendiculari Vg. a, linea ex hoc punto educta perpendicularis ad lineam bf locum terminabit in f, ad quod mobile eodem tem-



[Figure 14]

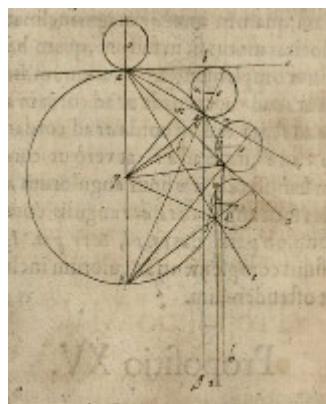
pore per lineam bf, quo alterum mobile per lineam ba
decurrit. Ducatur enim ex puncto contactus f linea fe
parallelia linea \bar{x} perpendiculari ba, & producatur in g; ad
quam ex centro grauitatis d educta sit linea perpendicularis dc, distantia nimurum centri à linea hypomochlij f
g: est autem linea df semidiameter circuli, distantia ejusdem centri ab hypochlio, quam obtinet in linea perpendiculari ba. quia ergo impulsus augetur in ratione distantiarum centri ab hypomochlio, per Posit: 6. motunque; producit sibi æqualem, per prop: 2. velocitas autem motus eandem rationem habet quam interualla, per prop: 7. erit ut fd impulsus major ad dc impulsu minorem, ita motus in ba ad motum in bf: propterea quod triangula abf.fdc sint similia, & linea dc perpendicularis, ac proinde linea quoque; af, similis linea \bar{x} perpendiculari dc, perpendicularis.

Propositio XIV:

Motus per lineam minùs inclinatam est velocior motu per lineam magis inclinatam, in ratione, quam habent sinus complementi illarum inclinationum.

DVCantur ex puncto a linea ab. ac. ad. ae. af, & sit linea ab horizontalis, linea verò at perpendicularis, reliqua linea ad horizontem inclinatae: dico idem mobile o verbi grat: inæqualiter moueri, velocius quidem

in linea α ae minus inclinata, minis autem velociter in linea α ad magis inclinata, esseque; rationem velocitatis in ae ad velocitatem in ad, ut sinus anguli ats ad sinum anguli atr. Ex punctis contactus qrs demittantur linea α perpendicularares qt.rt.st: & ali α linea α perpendicularari at



[Figure 15]

parallel α qg.rh.si fecantes mobile in k. n. u, ex centro au tem o ducantur linea α perpendicularares ad lineam hypo- mochlij $\alpha\alpha$. $\alpha\beta$. $\alpha\gamma$, eruntque; linea α qg. rh. si linea α hypo- mochlij. Quia verò angulus tsi, hoc est angulus sh

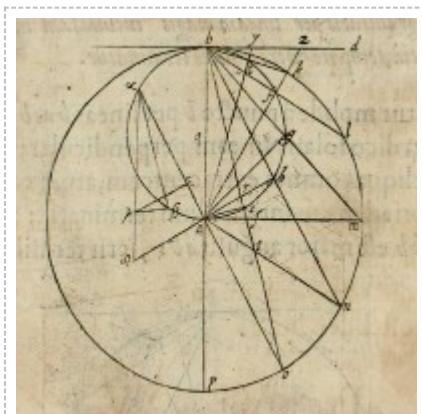
ternus major est angulo trh interno & oppofito, erit an
gulus $\gamma\alpha$ angulo $\beta\gamma\alpha$, & latus $\gamma\alpha$ latere $\beta\alpha$ majus: fuit
autem latera $\gamma\alpha$. $\beta\alpha$ distantia centri grauitatis. Quia er-
go maior impulsus in $\gamma\alpha$ maiori, quam in $\beta\alpha$ minori di-
ftantiâ; erit per prop: 6. velocior motus in linea as mi-
nus inclinatâ, quam in linea ar magis inclinatâ. Quòd
autem velocitas motus fit in ratione, quam habent cor-
dæ, seu finus complementi inclinationum, ita ostende-
mus: quia ut $\sigma\alpha$ ad $\gamma\alpha$, ita corda at ad cordam as, & ut $\tau\alpha$
 α equalis $\sigma\alpha$ ad $\alpha\beta$, ita eadem corda at ad cordam ar: erit
quoque; ut $\sigma\gamma$ ad $\alpha\beta$, ita as ad ar. at verò ut cordæ as. ar,
ita illarum semisses al. am finus angulorum apl. apm
qui æquales fuit angulis ats. atr angulis complementi
inclinationis, ob parallelas ts. pl. & tr. pm. Igitur ut $\sigma\gamma$
ad $\alpha\beta$, ita finus complementi angulorum inclinationis,
quod erat ostendendum.

Propositio XV.

Motus ex eodem punto per lineas subtenfas fuit æquales motui
per diametrum ejusdem circuli.

MOueatur ex punto b mobile per lineas bi. bh.bg.
bf.be ad horizontem inclinatas, hoc est per cordas
arcuum bes.beh.beg.bef.be: dico eodem tempore per

cordam bf, aut bg, quo per diametrum eiusdem circuli
ba motum terminari. Quòd si enim ex punto a du-
cantur lineaæ rectæ af. ag, erunt anguli afb. agb in semi-
circulo recti; ac proinde ex iam demonstratis motus in
ba motui in bf & bg duratione æqualis. Simili modo si
ex punctis befg in a terminetur motus, erunt lineaæ be.bf.



[Figure 16]

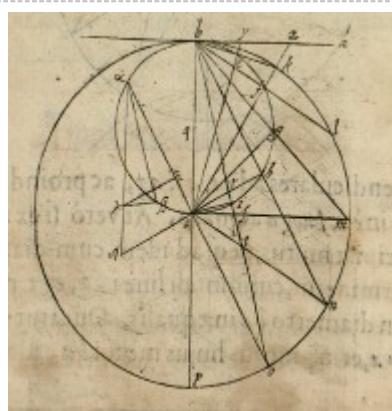
bg perpendiculares ad ae. af. ag, ac proinde motus in b
a motui in ea. fa. ga æqualis. At verò si ex alio puncto
Vg α incipiat motus, neque; ad idem cum diametro pun-
ctum terminetur, cuiusmodi linea $\alpha\beta$, erit motus hujus
motui in diametro ba inæqualis. Ducatur enim ex α in
a linea α a, eritque; motus hujus motui ba, id est motui $\alpha\delta$

α equalis: linea verò $\gamma\beta$ perpendicularis ad $\alpha\beta$ motum terminabit in β æqualem motui $\alpha\gamma$: est autem linea $\alpha\gamma$ minor quam $\alpha\delta$ motus ergo in $\alpha\gamma$, ideſt motus huic æqualis in $\alpha\beta$ minori fit tempore quam in α a.

Propositio XVI.

Motus grauitatis per lineam magis inclinatam in majori à centro distantiā, tempore verò æquali terminatur.

MOueatur mobile à puncto b per lineas ba. bi. bh. bg
bf be; dico folam lineam perpendicularēm ba in centro a, reliquas omnes extra centrum, atque; ex inclinazione majori ad majus interuallum terminari: ut quia angulus abh est major angulo abi, erit terminus mo-



[Figure 17]

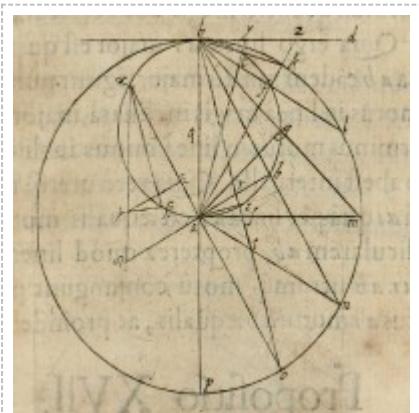
tus, quem grauitas inducit in linea^h bh, remotior à centro, quām in linea^a bi. Ducantur enim à centro a linea^a ai. ab perpendicularis ad bi. bh, eritque; terminus motus grauitatis in i & h ob breuissimam distantiam, quæ esse potest in illis lineis; quod si enim ex i moueatur in st, quia illo progreffū linea^a à centro ductæ fiunt majores, major enim as angulo recto ais subtenſa quam ai, mobile motu naturali à centro magis abduceretur, quod fieri nequit. Quia ergo linea *ay* major est quām linea ai, erit linea abc dem multò major: igitur punctum h terminus motus in linea^a magis inclinatā, majori, punctum verò i terminus motus in linea^b minús inclinatā, minori à centro abest interuallo. Quia vetò uterque; motus tam per lineam ai quam per lineam ah est æqualis motui per lineam perpendicularē ab, propterea quod linea^a perpendicularis as. ah utrumque; motum conjungunt per prop: 13. erit motus at motui ab æqualis, ac proinde in tempore æ quali.

Propositio XVII.

Motus grauitatis ex eodem punto per lineas ad horizontem inclinas in circulum terminatur, cuius diameter est distantia inter illud punctum & mundi centrum.

Moueatur ex punto b mobile ejusdem rationis per lineas ad horizontem inclinatas bi. bh. bg. bf. &c.

fit autem mundi centrum a, & linea perpendicularis ba,
dico motum per lineas bi. bh. bg. bf &c. in circulum ter
minari, cujus diameter linea perpendicularis ab distan-
tia inter b & mundi centrum a. Ducantur enim à cen-
tro a lineæ ai.ah.ag.af &c. perpendiculares ad bi.bh.bg.
bf, eruntque; puncta i.h.g.f termini motus à grauitate:



[Figure 18]

propterea quòd minima fit hæc distantia à mundi cen-
tro a. Quia verò anguli aib.ahb.afb sunt recti ean-
dem habentes basim ab. erunt in eodem semicirculo bef
g hia, cujus diameter linea ba perpendicularis, distantia
inter b & mundi centrum.

Propositio XVIII.

Velocitas in fine motus æquali tempore per spatiū mouet duplū velocitatis eodem motu collectæ.

VT in fig: 5. si velocitas motus a in tempore ac continuo augetur; quia hujus augmentum est perfec-
tio intensiva, ac proinde eo modo augetur, quo triangulum sibi simile manens per posit: 5. erit velocitas in
fine motus, ut basi ejusdem trianguli bc. Moueatur ergo hæc velocitas in e, & fit tempus ec æquale tempori
ac, eritque; velocitas illo motu colecta quadratum bcde
duplū trianguli abc, propterea quod eandem basim
bc, altitudinem verò habet æqualem. Quia ergo virtus
dupla in eodem vel æquali tempore per spatiū mouet
duplū, estque; eadem ratio velocitatis & interualli, velocitas
in fine motus eodem vel æquali tempore per spatiū
mouebit duplū &c.

Propositio XIX.

Velocitas in motu grauium collecta ultra stationem defert mo-
bile.

STatio quidem grauium est centrum terræ, ponderis
verò è filo penduli linea perpendicularis, in quâ

mum mobile ex illâ agitatione conquiescit. Quòd si
ergo seu corpus graue ad centrum, seu perpendiculum
in suam stationem moueat, non statim conquiescit
ex hoc motu siue in centro, siue in linea perpendiculari,
verum ultra hos limites procurrit & recurrit, atque; eò ma-
gis, quò circuli majores. Quod quidem in perpendicu-
lo experientia constat: de grauium verò à centro excus-
tu licet nulla experientia habeatur, id tamen similitudo
rationis euincit: non enim minùs contra natu-
ram grauitatis esse videtur in circulo à linea statio-
nis, quam in linea perpendiculari è centro efferi. Hujus
autem ratio hæc: quia impulsus in quolibet puncto, ac
proinde in fine motus est major grauitate: per prop: 11.
est autem agens necessarium per prop: 2. & non nisi per
lineam rectam mouet suum mobile per prop: 3. superabit
ergo illam, quâ in centro firmatur, grauitatem, non mi-
nùs, quam cùm lapidem similis impulsus à centro lon-
giùs abducit.

Propositio XX.

Velocitas in motu collecta per æqualia suo augmento decremen-
ta in quietem terminatur.

Perpendiculum liberè dimissum in suam stationem
recurrit, atque; eodem motu continuato ultra

nem excurrit. Quòd si ergo impulsus ex illo recursu collectus aut idem maneat, aut continuò augeatur, quia per prop: 18. Velocitas in fine eodem vel æquali tempore per spatium mouet duplum velocitatis ex illo motu collectæ, erit ex cursus major recursu: & quia ex quolibet recursu magis excurrit, erit motus perpendiculari infinitus. At verò hic motus demum conquiescit: non ergo impulsus augeri, aut idem esse potest. Et quia per arcus excurrit & recurrit continuò minores, necesse impulsum minui in illo ascensu; quia nimirum inter se miscentur, & in descensu quidem per eandem lineam mouent grauitas & impulsus, quem à grauitate continuo fluxu nasci dicebamus: à statione verò grauitas impulsi reluctatur: quia nimirum contrarius impulsus ab eādem grauitate renascens tollit partem sibi æqualem, per posit: 2. estque; motus reliquo æqualis excessu majoris ut Prop: 30. dicemus: sicut ergo impulsus continuò decrescit ijsdem, quibus augebatur augmentis, ita uelocitas à summo aumento ad finem usque; motus continuò fit minor; simul verò sumpta æqualis velocitati à principio motus ad finem augmenti collectæ: ut si in fig: 9. perpendiculari ex e recurrat in b, & ex b excurrat in si affumantur autem arcus bc. bd, & be.bf inter se æquales: dico augmentum velocitatis in e ejusdem decreimento in f, & augmentum velocitatis in c ejusdem decreimento

in d effe æquale. Ducantur enim lineaæ tangentes eg fg,
& cb. dh: eritque; inclinatio eg inclinationi fg, & inclina-
tio ch æqualis inclinationi dh: propterea quòd anguli ega.
fga, & anguli cha. dha sunt æquales, impulsus ergo gra-
uitatis in e ejusdem impulsui in f, & impulsus grauitatis
in c ejusdem impulsui in d est æqualis, ut constat ex
prop. 14. Quia ergo impulsus æquales in e quidem & c
augent, in f verò & d minuunt velocitatem motus, erunt
æqualia velocitatis augmenta ejusdem decremento; ac
proinde velocitas in motu collecta per æqualia suo aug-
mento decrementa in quietem terminatur. Obijcies si
velocitas excursus simul sumpta est æqualis velocitati in
recurso collectæ, quia velocitas æqualis eodem vel æ-
quali tempore per spatium mouet æquale, erunt excur-
sus & recursus inter se æquales: ac proinde motus per-
pendiculi infinitus. Respondent quidam excusum ef-
fe minorem recurso: propterea quòd illius motus à fu-
niculo perturbetur, cujus partes inæqualiter mouen-
tur: velociùs quidem centro propiores, minùs autem
velociter à centro remotiores. Dum ergo hæ restitant,
& minorum circulorum velocitatem morantur; illæ
præcurrere festinant: necesse ex illà luctâ impulsum mi-
nui, ut non nisi ad minus interuallum se extendat. Hu-
jus autem signum esse illos sinus, in quos funis contor-
quetur, & veluti fluctuat. Verùm licet in fune, aut

tenà, cujus partes ex se sunt ponderosæ, motus hic undofus sibi ipsi sit impedimento: non tamen hæc ratio locum habet in perquam subtili & tenuissimo filo, cujus partes non ex se, verum ex impulsu ponderis appensi mouentur, eoque; præciso aut abrupto à motu conquiescunt. Deinde si ratio inæqualium circulorum perturbat illum motum, quo perpendicularum à sua statione procurrit, turbabit quoque; rationem motus, quam ad se habent recursus: at verò hæc in æqualitas nihil obstat, quò minùs recursus inter se sint æquales: nihil ergo obstat, quò minùs excursus quoque; inter se sint æquales. Præterea si funiculo pondus accedat medio inter hypomochlium loco, motum accelerabit; non igitur ex se motum aut pondus habet: propterea quòd negant maius pondus velocitatem augere. At verò si pars illa fili, quæ ob pondus accessorium velocius mouetur, suo quoque; pondere mouebatur, fiet sanè, ut continuà hac ponderis noui accessione velocitas in infinitum augeatur. Dicendum ergò excursum perpendiculari continuò quidem minorem fieri recursu; causam verò hujus inæqualitatis non in funiculo, sed in naturâ circuli, in quo perpendicularum mouetur, sitam esse. Quia enim velocitas motus continuo fluxu augetur à grauitate, quæ ex inclinatione majori ob maiorem violentiam hypomochlii minùs grauitat, impulsus, quo perpendicularum recurrit, continuo

dem maiora fumit incrementa: quia tamen in quolibet puncto circuli per lineas fit tangentes, quæ in recursu continuo magis ac magis sunt inclinatae; erunt in quolibet puncto recursus minora huius velocitatis incrementa: ita nimis ut si arcus sumantur æquales, major fit accessione velocitatis in arcu primo, quam in arcu secundo: & velocitas in arcu circuli collecta minor velocitate in linea recta illi arcui æquali, quæ tangens fit principii eiusdem motus circularis. Sicuti vero in recursu velocitas continuo & inæqualiter crescit, ita in excursu, quia motus violentus, proportionaliter decrevit, fiuntque; huius decrementa æqualia illius incrementis, prima nimis ultimis; propterea quod utraque; fiunt ab eadem grauitate, quæ à principio excursum per lineas grauitat magis inclinatas. Quod si ergo sola grauitas minuat impulsum, quia in æqualibus à statione interclusis, ob similem inclinationem, æqualiter grauitat; erunt ut arcus inter se, ita eiusdem grauitatis impulsus: & quia impulsus contrarius tollit partem sibi æqualem, erunt excursus & recursus inter se æquales. At vero quia non sola grauitas impulsum minuit, sed etiam inclinatio motus; sicuti enim grauitas extra lineam perpendiculari minus grauitat, ita impulsus extra lineam fui motus, cuius terminus est veluti centrum, minus impellit suum mobile: quod si enim funda lapidem

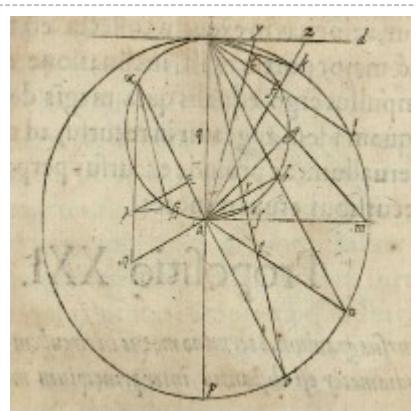
excuiat, ad majus feretur interuallum, quam ut æquale
sit illis rotationibus simul sumptis, in quas idem lapis
fundæ alligatus reuoluitur. Quia ergo in illa gyratione
perpendiculi inclinatio motus continuò & æqualiter
mutatur, velocitas in excursu collecta eò minùs moue-
bit, quó major portio ex illâ inclinatione eidem dece-
dit. Impulsus ergo æqualis quia magis decrescit in ex-
cursu, quam idem augeatur in recursu, ad minus moue-
bit interuallum: ac proinde excursus perpendiculi ejus-
dem recursibus erunt minores.

Propositio XXI.

Excursus grauium à termino motus in circulum terminatur, cu-
jus semidiameter est distantiâ inter principium motus & mundi
centrum.

ATermino motus a.i.h.g.f.e in linea perpendiculari, &
lineis ad horizontem inclinatis producantur lineaæ
excursui æquales lineaes decursus, nimirum ap ipſi ab, io
verò ipſi ib æqualis, dico puncta po esse in peripheria cir-
culi, cuius semidiameter ab distantia inter principium
motus & mundi centrum. Ducatur enim linea ao: quia
ergo lineaæ bi. io inter se sunt æquales, & anguli bia. oia
recti, erit angulus abi angulo aoi, & latus ab lateri ao
æquale: est autem linea ap æqualis eidem ab, puncta

go po fuit in peripheriâ circuli, cujus centrum a, à quo
æqualiter absunt illæ lineæ. Simili modo ostende-
mus puncta n.m.l esse in peripheriâ ejusdem circuli, pro-



[Figure 19]

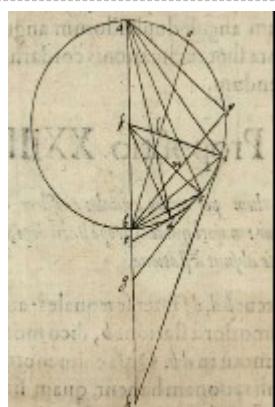
pterea quod lineæ an. am. al. bases nimirum æqualium triangulorum, fuit æquales lineæ ab. Excursus ergo grauium à termino motus in circulum terminantur &c.

Propositio XII.

Motus per arcus ejusdem circuli rationem habet, quam finus an-
guli dupli illorum angulorum, qui complementa fuit inclinationis
cordarum.

Assumantur arcus bdi. bdc, & ducantur cordæ bi. bc,
eruntque; anguli abi. abc anguli inclinationis

rum bi. bc, & horum complementa bai. bac, propterea
quod anguli aib. acb in semicirculo sunt recti. Tan-
gant ergo circulum in punctis ic lineæ ib. cg: & ex cen-
tro k educantur lineæ ki. kc perpendiculares ad ih.cg.
quia ergo anguli khi. kge sunt anguli inclinationum, e-



[Figure 20]

runt anguli bki. gkc illorum complementa : angulo-
rum verò bai. bac ad peripheriam dupli: dico velocita-
tem motus in i ad velocitatem motus in c esse ut finum
anguli bki finum anguli bkc Quia enim motus in
quolibet puncto circuli per lineam fit tangentem per

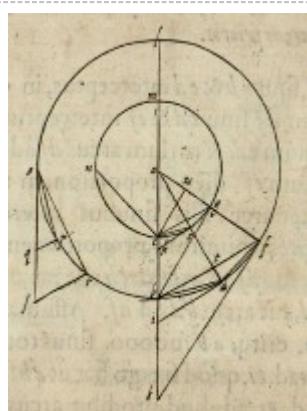
prop: 4. erit ratio velocitatis in i & c quæ velocitas est tangentium ih. cg: est autem velocitas in ih ad velocitatem in cg ut sinus bl anguli bki ad finum bm anguli bkc per prop: 14. velocitas ergo in arcu ib ad velocitatem in arcu cb ut sinus anguli bki ad finum anguli bkc, sinus nimirum anguli dupli illorum angulorum, qui complementa sunt inclinationis cordarum bi.bc, quod erat ostendendum.

Propositio XXIII.

Perpendiculum per arcus æquales ejusdem circuli inæquali tempore mouetur: majori quidem propè stationem, minori verò per arcus, qui magis absunt à statione.

SInt duo arcus bd.df inter se æquales: atque bd propior, df verò remotior à statione b, dico motum in df esse velociorem motu in db. Quia enim motus per arcus ejusdem circuli rationem habent, quam sinus, per prop. 22. est autem sinus bg major sinu bt, erit velocior motus in f quam in d: & quia arcus bd.df sunt æquales, minori tempore mouebitur in arcu df remotoire, quam in arcu bd stationi propiore per prop. 6. Dices velocitas motus ex f in d augetur inæqualiter, fiuntque; ad singula puncta minora incrementa; mutatà ergo velocitate non

dem erit ratio motus. Respondeo velocitatem ex f in d inæqualiter quidem augeri, & continuò minora fieri incrementa, per prop: 20. at verò velocitatem ex f in d col-



[Figure 21]

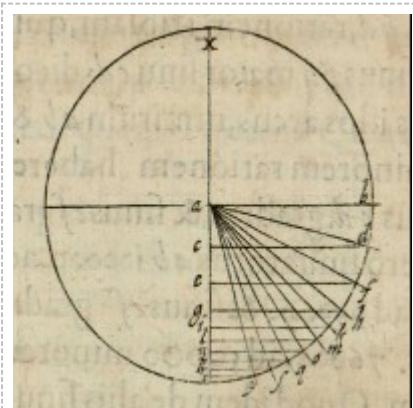
lectam esse majorem velocitate ex d in b collectà. Quia enim velocitatis ex d in b continuò quoque; minora fiunt incrementa; velocitas inde collecta erit minor veloci tate ab æqualibus ipſi d incrementis collectá: at verò velocitas in f majora ex f in d sumit incrementa, quam ut æqualia fint velocitati in d: velocitas ergo ex f in d col lecta eft multó major velocitate ex d in b collecta, ac pro inde minori tempore illos arcus perambulat æquales.

Lemma I.

Si affumantur arcus in ratione continuà, quam habent sinus intercipientes illos arcus, major erit proportio inter arcus posteriores, quam inter arcus priores.

Sit arcus bd, sinu ab & cd interceptus, in eadem ratione ad arcum df sinu cd & ef interceptum, in quâ sinus ab ad sinum cd: & rursum arcus df ad arcum fh, ut sinus cd ad sinum ef; dico proportionem tam inter sinus, quam inter arcus illis sinibus interceptos continuò fieri majores, nimirum proportionem sinus cd ad sinum ef, & arcus df ad arcum fh esse majorem, quam sinus ab ad cd, aut arcus bd ad df. Affumatur enim arcus bd grad: 9. eritque; ab 100000. sinus totus, cd autem 98769. sinus grad. 81. quòd si ergo fiat ut ab sinus totus ad 9, ita sinus grad. 81. ad aliud, prodibit arcus 8 in datâ ratione, quam habet sinus ab ad cd, si minutias omittamus. Simili modo si fiat ut sinus cd grad: 81 ad arcum df grad. 8, ita sinus ef grad. 73 ad aliud, prodibit arcus fh grad. 7. atque; ita consequenter inuenientur arcus reliqui, quos dic majorem rationem habere ad arcus proximè sequentes, quam ad hos habeant arcus proximè antecedentes. Est enim major proportio grad. 8 ad 7, quam grad. 9 ad 8: & grad. 4 ad 3, quam grad. 5 ad 4. atque, eadem est ratio

in arcibus reliquis. Si ergo affumantur arcus in ratione continuâ, quam habent finis intercipientes illos ar-



[Figure 22]

cus, major est proportio inter arcus posteriores, quam inter arcus priores.

Lemma II.

Si quadrans circuli diuidatur in quot libet arcus æquales, minores verò quam in ratione subtriplá ad finum totum, habebunt finis proximi intercipientes illos arcus minorem rationem quam duplam.

IN fig: 6. Diuidatur quadrans circuli bifariam in h in arcum bh gra: 60, & arcum ho grad: 30, eritque, arcus bh maior finu toto: propterea quòd quadrans major ad hunc, quam ad arcum grad. 60 habeat rationem. Quòd si ergo arcus bh subdiuidatur in alios tres arcus

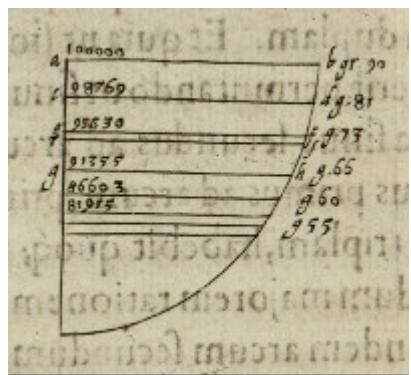
bd. df.fh inter se æquales, minor erit proportio finus ab ad arcum bd quam tripla, habebit ergo ad arcum minorem, quam sit bd, rationem triplam, qui sit bq, atque; hunc intercipiens finus pq maior finu cd: dico finus proximos intercipientes illos arcus, nimirum ab & cd, aut cd & ef. aut ef & gh minorem rationem habere quam duplam.

Erit enim finus cd. grad: 70, & finus ef grad: 50. & finus gh grad: 30. at verò finus totus ab 100000. ad finum cd grad. 70, nimirum ad 93969, & finus ef grad: 50 ad finum gh grad. 30 ideft. 76604. ad 50000 minorem habet rationem quam duplam. Quod idem de aliis finibus proximè intercipientibus illos arcus æquales, ex tabulis finuum constabit. Quia verò finus propiores minorem habent rationem, erit minor proportio ab ad pq quam ad cd. ac proinde minor quam dupla. Si ergo quadrans circuli diuidatur in quotlibet arcus æquales, minores verò quam in ratione subtriplá ad finum totum, habebunt finus proximi intercipientes illos arcus minorem rationem quam duplam.

Lemma III.

Si affumantur arcus in ratione continuá, quam habent finus intercipientes illos arcus, habeatque; finus primus ad arcum interceptum majorem rationem quam triplam, habebunt finus proximi rationem ad se minorem quam duplam.

VT si arcus bd ad arcum df sit ut sinus ab ad finum cd:
& rursus ut sinus cd ad ef, ita arcus df ad fh, habeat
verò sinus ab ad arcum bd majorem rationem quam triplam, dico sinus intercipientes illos arcus rationem ad se habere minorem quam duplam. Quia enim sinus ab



[Figure 23]

> est major sinu cd erit quoque; arcus bd major arcu df: fiat ergo arcus bd æqualis arcui ds, eritque; sinus rs minor sinu cd: est autem per Lemma 2. minor proportio ejusdem sinus cd ad finum rs quam dupla; multò ergo minor ad finum majorem ef quam dupla. Quod idem de aliis finibus ostendemus. Si ergo assūmantur arcus in ratione continuà &c.

Lemma IV.

Si assūmantur arcus in ratione continuà, quam habent sinus in

tercipientes illos arcus, habeatque; sinus primus ad arcum intercep-
tum majorem rationem quam triplam, erit sinus secundus major
illo arcu intercepto.

QVia enim ut sinus ita arcus intercepti; habent autem
sinus proximi rationem ad se minorem quam du-
plam, per Lemma 3; habebunt quoque; arcus minorem
rationem quam duplam. Et quia ut sinus ad finum, ita
arcus ad arcum, erit permutoando ut sinus primus ad ar-
cum primum, ita sinus secundus ad arcum secundum:
habet autem sinus primus ad arcum primum majorem
rationem quam triplam, habebit quoque; sinus secundus
ad arcum secundum majorem rationem quam triplam.
Quia ergo ad eundem arcum secundum majorem rati-
onem habet sinus secundus, quam arcus primus, erit si-
nus secundus major quam arcus primus, hoc est quam
arcus interceptus.

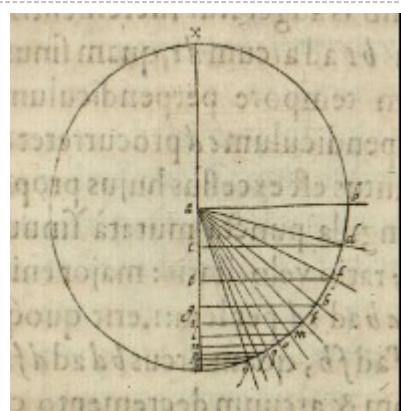
Propositio XXIV.

Perpendiculum ex quolibet punto ejusdem circuli æquali tem-
pore recurrit in suam stationem.

IN circulo tuxb sint duo perpendicula ab. ad extra su-
am stationem at, habeatque; sinus totus ab ad interual-
lum bd majorem rationem quam triplá, dico utrumque;

codem tempore recurrere in t. Erit enim velocitas in b ad velocitatem in d, ut sinus ab ad finum cd per prop: 22. quòd si ergo in illo recursu eadem ratio velocitatis constaret, aut similibus augeretur incrementis, quia major proportio arcus bt ad arcum dt, quam sinus ab ad finum cd, quo quidem tempore perpendiculum ab recurrit in t, eodem perpendiculum cd procurreret extra t, tanto interuallo, quantus est excessus hujus proportionis. At verò quia ad singula puncta mutatà finuum ratione, mutatur quoque; ratio velocitatis: major enim proportio cd ad ef, quam ab ad cd per lem: 1. erit quoque; major proportio arcus df ad fh, quam arcus bd ad df. quia ergo cum hoc finuum & arcuum decremento continuó augetur illorum proportio, minuitur verò distantia ter- minorum motus, neceſſe demum abſumi & deficere, il- loque; deficiente motum coequari: quod non niſi in pun- cto t dico posſe fieri. Concurrat enim, si fieri potest, utrumque; perpendiculum in q minori, quam t, interuallo: & quia non ante q fit concursus, si perpendiculum ab ſtatuatur in m; erit perpendiculum ad inter m & q: fit ergo in o. quia verò ut lm ad no, ita velocitas motus in m ad velocitatem motus in o: aut arcus mo ad arcum oq eandem habet rationem, quam sinus lm ad finum no, aut non eandem, fed vel maiorem vel minorem: habeat primū eandem rationem. Dum ergo

lum ad mouetur ex o in q, perpendiculum ab ex m in o
promouebitur: non igitur concursus fit in que Simili mo
do si mo ad oq majorem habeat rationem, perpendicu-



[Figure 24]

lum ad ex o majori quam oq interuallo abducetur. Si
demum minorem habeat rationem, auferatur pars pro-
portionalis, atque; rursum alia, quousque; in q sit æqualis aut
minor: & tum rursum ostendemus perpendiculum ad
præcurrere: non igitur concursus in minori quam t in-
teruallo esse potest. Quod si autem ad dicatur præcur-
rere in t, erit ab in aliquo puncto minús remoto, verbi
gratias: igitur cùm ab ferebatur in q, ad necdum atti-
git t: erit ergo in aliquo puncto inter t & q, quod sit s. Et
quia ut sinus pq ad sinum rs, ita motus in q ad motum in
s: est autem sinus pq major quam rs, erit arcus

onalis minor qua qs: quia verò finus rs est maior arcu sq per Lemma 4. minor autem arcu ts, erit arcus ts multò major arcu proportionali: posito ergo perpendiculari ab in s, perpendicularum ad necdum esse potest in t. Quod idem de quois alio puncto ostendemus. Quia ergo perpendicularum neque; propriùs concurrere, neque; præcurrere potest, concurret necessariò in t. Poterit eadem ratio in hunc modum fieri: motus se habent ut finus atque; horum interualla, seu arcus sinibus intercepti: hæc autem interualla continuò fiunt minora, in puncto verò t nulla: igitur & motus continuò minori, in puncto verò t nullo absistunt interuallo, Quòd si assumentur plura puncta b.d. f.h.k.m. &c. eadem vià ostendemus ex omnibus simul recurrere in t: sicuti enim ex b & d, ita ex d & f, & ex f & b, et ex h & k &c. æqualis fit recursus. Perpendiculari ergo ex b & d æqualiter recurrens recurret quoque; æqualiter ex b & f & h & k &c.

Propositio XXV.

Excursus perpendiculari in eodem circulo à linea stationis sunt inter se æqualis.

QVia (in fig: 8.) velocitas in eb velocitati in fb, & velocitas in cb est æqualis velocitati in db per prop. 20. est autem velocitas in eb ad velocitatem in cb, ut arcus e

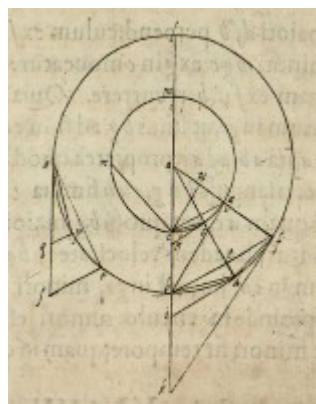
b ad arcum cb: propterea quòd perpendiculum ex c & e æquali tempore recurrit in b per prop: 24. erit ut arcus fb ad arcum db, ita velocitas excursus in fb ad velocitatem excursus in db. At verò ut idem arcus fb ad arcum db, ita violentia inclinationum in illis arcibus collecta: tollit autem violentia partem impulsus sibi æqualem per posit: 2. igitur ut arcus fb ad arcum db, ita ablatum ad ablatum, hoc est velocitatis decrementum, & velocitas reliqua ad reliquam velocitatem habet autem velocitas motus eandem rationem, quam interualla. Quia ergo excursus eandem rationem habent tum ad se, tum ad interualla, quam habent recursus ad se, & sua interualla; fiunt autem recursus eodem vel æquali tempore, ac proinde inter se æquales.

Propositio XXVI.

Motus per arcus similes inæqualium circulorum rationem habent quam sinus illorum arcuum.

Assumantur duo arcus, in circulo quidem maiori bd. bf, in circulo autem minori ce.cg inter se similes: dico motum perpendiculi ex f in b ad motum ex g in c, & motum ex d in b ad motum ex e in c eandem rationem habere quam sinus illorum arcuum. angant enim

utrumque; circulum in punctis f.d.g.e lineæ fk. di, & gb eh:
 eritque; angulus akf angulo abg, & angulus aid angulo ab
 e æqualis: propterea quod anguli afk. agb, & anguli ad
 i. aeh sint recti, anguli vero kaf.iad communes: velo-
 citas ergo in f velocitati in g, & velocitas in d velocitati



[Figure 25]

in e est æqualis: igitur ut f ad d, ita g ad e: sed ut f ad d, ita
 sinus arcus fb ad sinum arcus db; & ut g ad e ita sinus ar-
 cus gc ad sinum arcus ec per prop. 22. erit ergo permu-
 tando motus in f ad motum in g, ut sinus arcus fb ad si-
 num arcus ge; & motus in d ad motum in e, ut sinus

cus db ad finum arcus ec. Motus ergo per arcus similes
inæqualium circulorum rationem habent quam sinus
illorum arcuum,

Propositio XXVII.

Motus in circulo minori est velocior motu in circulo majori.

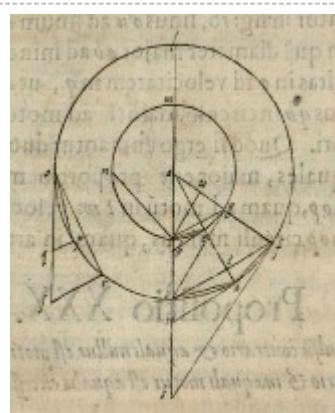
IN circulo maioris dfb perpendicular ex f in b, in circulo vero minori mgc ex g in c mouetur: dico velocius ex g in c, quam ex f in b recurrere. Quia enim motus in fb ad motum in gc, ut sinus bg ad finum cu per prop: 25. & ut bg ad cu, ita ab ad ac, propterea quod lineæ bg cu sint parallelæ, & triangula bag. eam similia: est autem maior linea ab quam ac, erit quoque; bg maior quam cu maior ergo motus ab eadem velocitate in bg, hoc est in fb maior, quam in cu, hoc est in ge, minori interuallo per prop: 5. ac proinde in circulo minori est velocior motus, hoc est minori fit tempore, quam in circulo majori.

Propositio XXVIII.

Motus circulorum sunt in ratione suorum temporum, quam habent diametri ad se duplicitam.

Quia enim ut sinus bg ad finum cu, ita motus in fb ad motum in gc per prop. 25. est autem ut bg ad cu

ita motus in ab ad motum in ac propterea quòd motus ab motui bg, & motus ac motui cu est æqualis per prop: 13. erit motus in fb ad motum in gc, ut motus in ab ad motum in ac. At verò motus in ab ad motum in ac, &



[Figure 26]

huius duplum lb ad mc rationem habent quam temporum quadrata per prop: 12. radices ergo quadratæ linearum bl. cm eandem rationem habent quam tempora motus circulorum, ac proinde illorum temporum rationem habent diametri ad se duplicatam.

Propositio XXIX.

Fieri potest ut arcum circuli majoris minori tempore transeat,
quam arcum circuli minoris.

Assumatur in fig: 10. sinus ou ad sinum qm in eà ratione, in quā diameter major ab ad minorem om, e-
ritque; velocitas in o ad velocitatem in q, ut ab ad om, hoc
est ut motus qb in circulo maiori ad motum tm in cir-
culo minori. Quod si ergo sumantur duo arcus op. qr
inter se æquales, maior erit proportio motus in qr ad
motum in op, quam ad motu in tm: velocior ergo mo-
tus in arcu op circuli maioris, quam in arcu tm circuli
minoris.

Propositio XXX.

Ab impulsu contrario & æquali nullus est motus: ab impulsu
verò contrario & inæquali motus est æqualis excessui majoris.

Quia enim contrarium æquale tollit vel impedit su-
um contrarium in eadem ratione, totum quidem
totum, pars verò partem sibi æqualem per posse: 2. Su-
blato per contrarium æquale toto impulsu nullus erit
motus, qui esse non potest absque impulsu. Quod si ve-
rò impulsus sint inæquales, quia minor à majori tollit
partem sibi æqualem, erit reliquus excessus principium

motus. Ab impulsu ergò contrario & æquali nullus est
motus &c.

Propositio XXXI.

Motus secundùm quid contrarij per lineam fiunt medium, cuius interuallam determinat sinus complementi inclinationis, in ratione quam habent impulsus.

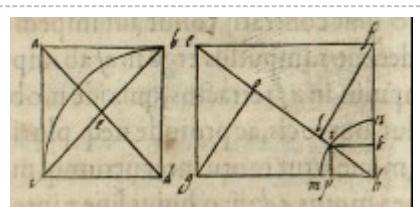
VI in fig: 2 si mobile ex eodem punto a moueatur per lineas ab. af, aut per lineas ab. ad, & sit angulus baf major, angulus verò bad minor recto, erunt hi motus per definit: 5. secundùm quid contrarij, ac proinde in eo in quo sunt contrarij, tollunt aut impediunt suum contrarium, per definit: 1. impulsus ergo in af ab impulsu in ab, & hic ab impulsu in af retractus, quia idem mobile esse non potest in pluribus locis, ac proinde neque; pluribus motibus agitari, mouebitur motu inter utrumque; medio, cuiusmodi linea motus ad: dico huius linea interuallum à, lineis extremis ab. af esse sinum complementi angulorum faddab, in ratione quam habet impulsus ab ad impulsum af. Quia enim velocitas motus per lineas inclinatas est in ratione sinus complementi illarum inclinationum, per prop: 14. ratio autem velocitatis est eadem quæ impulsus, propterea quòd impulsus est agens necessarium, motumque; producit sibi æqualem per prop: 2.

erit sinus complementi anguli fad ad finum comple-
menti anguli dab, ut impulsus in af ad impulsum in ab,
Motus ergò secundùm quid contrarij per lineam fiunt
medianam, cuius interuallum determinat sinus &c.

Propositio XXXII.

Motus perfectè mixtus fit per diametrum parallelogrammi, cu-
jus latera constituit motus simplex: & ex impulsu quidem æquali
est æqualis semisfi, ex inæquali verò major semisse ejusdem motus.

MOtum perfectè mixtum confituunt motus, qui æ-
qualiter sunt similes & contrarij: tantùm enim hic



[Figure 27]

illum auget, quantùm & minuit. Mouetur idem mobi
le ex a in b & c, & sit angulus bac rectus, eritque; per defini-
tionem motus medius incipiens ab angulo recto per-
fectè mixtus: Dico hunc motum fieri per diametrum
ad parallelogrammi abdc, cuius latera ab. ac sunt mo-
tus, qui inter le miscentur: & siquidem motus in ab sit æqua-
lis motui in ac, motum mixtum in ad esse æqualem semissi utri

usque; motus simul sumpti: si autem motus fuerit inæqualis, maiorem semisse. Sit primò motus in ab æqualis motui in ac: & ex bc termino utriusque; motus demittantur lineaæ perpendiculares be. ce, sinus æqualium angulorum cde, edb. Quia ergo ut ab ad ac, ita sinus complementi eb ad ec, erit diameter ad linea motus mixti. Eft autem motus in ab & ac duratione quidem æqualis motui in ae per prop: 13. magnitudine verò minor, cujus excessus quadratum eb. & ec, seu ae & ed: at verò duo quadrata ae. ed sunt semifisis quadrati ad, hoc est motus in ab.ac, cui, æquale est quadratum ad, propterea quòd ad sit dupla ae aut ed: igitur motus æqualiter mixtus fit per diametrum parallelogrammi, & ab æquali impulsu est æqualis semifisi utriusque; motus simul sumpti. Quòd si motus sit inæqualis, & u.g. dupló velocior in ef quam in eg, dico motum mixtum fieri quidem per diametrum eb, esse autem semisse maiorem. Descripto enim centro b arcu mn, erit sinus complementi ik ad sinum complementi ip, ut motus in ef ad motum in eg, ac proinde diameter eh linea motus mixti: ad quam ex punctis fg ductæ lineaæ perpendiculares fl. go metientur defectum motus in eh. Quia ergo ex angulo recto efh linea fl est perpendicularis ad basim eh, erit ut ef ad fh, ita el ad lf, & lf ad lh: ponitur autem quadratum ef duplum quadrat fh, siue eg, erit ergo quadratum fl similiter duplum

ti lh. quadratum ergo fh utriusque æquale continebit tria quadrata, quorum singula sint æqualia quadrato lh. & quia quadratum ef est duplum quadrati fh, erit quadratum eh æquale nouem quadratis lh simul sumptis. At verò quadratum el duplum quadrati lf erit quadruplum quadrati lh, assumptoque; quadrato eo, aut huic æquali lh erunt duo quadrata el. lh simul sumpta æqualia quinque; quadratis lh: Maiora ergo quam semisys quadrati eh, quòd æquale ponitur nouem quadratis lh. Igitur motus perfectè mixtus fit per diametrum parallelogrammi, cuius latera constituit motus simplex &c.

Propositio XXXIII.

Motus mixtus incipiens ab angulo majori quam recto, est minor semisse: incipiens verò ab angulo minori quam recto, major semisse motus simul sumpti.

Sit primùm in fig: 7. angulus dae maior recto, & angulus bac rectus, eritque; quadratum bb æquale quadrato ab: est autem quadratum db, ex cessu nimirum motus ad, quadrato bh, ac proinde quadrato ah maius: igitur quadratum ad æquale duobus quadratis dh. ah ad quadratum minus ah maiorem rationem habet quam duplam: motus ergo in ah mixtus est minor semisse

motus in ad, atque; illius duplum minus quam motus in a
d. ae simul sumpti. Quòd si angulus fag sit minor recto,
erit latus fh, & huius quadratum minus quam ah: mo-
tus ergo in af ad motum in ah minorem rationem ha-
bet quam duplam, ac proinde motus in ah major semif-
fe motus in af, & illius duplum majus quā motus in af.
ag simul sumpti.

Propositio XXXIV.

Motus mixtus est necessariō minor diametro quadrati aut parallelogrammi, cujus latera sunt motus simplex.

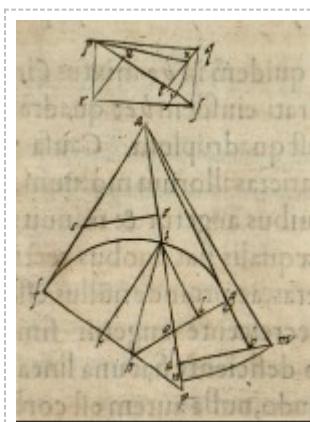
NAM motus quidem in be mixtus (in fig: 4.) est du-
plum quadrati eiusdem be: quadratum verò db ad
quadratum be est quadruplum. Causa verò hujus de-
fectus est contrarietas illorum motuum, ex angulis pro-
ueniens, cum quibus augetur & minuitur, quo usque an-
gulus latefcens æqualis fiat duobus rectis, in quo sum-
ma est contrarietas, ac proinde nullus esse potest motus.
Angulo verò decrescente augetur similitudo motus,
quo usque angulo deficiente sint una linea motus, in quā
perfecta similitudo, nulla autem est contrarietas. Itaque
motus æqualis motum auget in eadem ratione, totus
quidem totum, pars verò partem sibi æqualem per
posit. 1.

Propositio XXXV.

Problema I.

Lineam motus mixti, & illius magnitudinem determinare.

Si primū motus pq. pr perfectè mixtus, incipiens ab angulo recto qpr: & ex q & r ducantur lineaæ qs. rs pa rallelæ ad pq. pr, eritque; per prop. 31. motus mixtus in diametro ps: ad quam ex termino utriusque motus q & r



[Figure 28]

demittantur lineaæ perpendiculares qt.ru, eritque motus mixtus ex pqqr æqualis duobus quadratis pu.pt.

datur ergo ex linea tq productà linea tx æqualis linea p
u, & ex puncto p, interuallo autem px describatur arcus
xy, connectanturque; linea px: dico quadratum py esse
motum mixtum & duratione æqualem motui pq. pr si-
mul sumptis. Quia enim quadratum py quadrato px,
hoc autem duobus quadratis pt.tx, seu pu est æquale: est
autem motus pt motui pq, & pu motui pr æqualis dura-
tione per prop: 13. erit motus mixtus in py similiter æ-
qualis motibus pq & pr simul sumptis. Quòd si verò
motus imperfectè mixtus & inæqualis ab. ac ab angulo
incipiat maiori aut minori quam recto bac: affuman-
tur duo puncta fg æqualiter remota ab a, à quibus pro-
tractæ lineaæ perpendiculares fh. gh se intersecant in h, e-
ritque; angulus fhg complementum anguli bac, & simul
sumpti æquales duobus rectis. Describatur ergo ex h
arcus fig, seceturque; bifariam in i è ratione, ut sinus ik ad
sinum il sit, ut motus ab ad motum ac: dico lineam ex a
productam in i esse linea motus mixti. Producatur e-
nim fh in p, eritque; angulus fpa complementum anguli f
ap, & angulus aog complementum anguli oag: duo er-
go anguli hpo. aog hoc est hop, simul sumpti sunt æqua<
les duobus angulis fhi: thg simul sumptis, propterea
quòd sint complementa ejusdem anguli fag, est autem
angulus hop externus major angulo iho interno quanti-
tate anguli bio, angulus verò iph internus minor

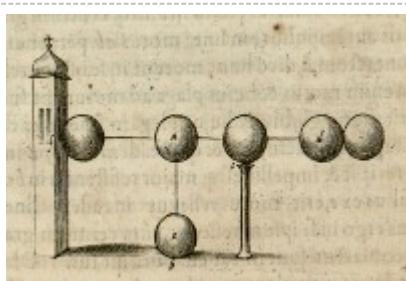
lo ihf externo, quantitate ejusdem anguli hip: angulus ergo hop angulo fhi, & angulus oph angulo tho seu ihg est æqualis, ac proinde ik. il funt sinus complementi angularum iag.e ai. Et quia motus sunt in ratione, quam habent sinus complementi inclinationum, erit linea ai linea motus mixti ex ab.ac; ad quam ex termino utriusque; motus b.c demittantur lineaæ perpendicularares bd.ce: eruntque, duo quadrata ad.ae simul sumpta motus mixtus: abscindatur ergo ex db producta dm æqualis ae, & centro a ducatur arcus mn, dico quadratum an esse magnitudinem motus mixti. Erit enim quadratum am, hoc est an, æquale duobus quadratis ad. dm, seu ae, cui æqualis sumebatur dm. Lineam ergo motus mixti & illius magnitudinem determinauimus, quod erat facendum.

Propositio XXXVI.

Mobile seu impulsu, seu à grauitate mouetur, si planum occurrat, reflectit ab eodem plano per lineam rectam.

IMpulsus fit dum corpus unum alteri in currit & alludit, siue utrumque, siue unum ex illis mouetur, atque; eo magis mouet & impellit, quo magis ferit & allidit: & siquidem resistentia minor est impulsu, in illam partem mouet illud mobile, in quam fit plaga, eundem motum

continuando; velocitate tamen eó minori, quó resistentia est major. Quód si resistentia sit major impulsu, eádem velocitate, quà impulit, in partem auersam repellitur: propterea quód illa plaga æqualem in utroque; mobili impulsu producit. Est autem major plaga ex velociori & magis violento incurfu: igitur ab æquali plágæ æqualis quoque; recursus. Et quia per motum fit plaga, mouetur autem mobile ad motum sui centri, erit quoque plaga ab eodem centro. Sed & resistentia fit à centro seu grauitatis, seu contrarij impulsus: eadem ergo ra



[Figure 29]

tione minor resistentia impulsu recipit, quà major eidem resistit. Vt si mobile ex a mouetur à grauitate quidem in b, ex impulsu verò in faut c: sit autem major

stentiā in b & f, quam ut loco moueantur ex illo impulsu, minor autem in c: motus quidem ex b & f in a reflectit, ex c verò expulso illo mobili quiescit, si sit æquale: eundem verò motum continuat in d, si minus sit percussum: quia tamen resistentia impulsū minuit, quo major resistentia, eò minor velocitas motus.

Propositio XXXVII.

Motus in se ipsum reflectit, cùm centrum grauitatis & contactus fuit in eádem lineā motus.

GLobus a occurrat plano in b, fitque centrum grauitatis aut impulsus e in lineā motus ab perpendiculari ad contactum b, dico hunc motum in se ipsum reflecti. Quia enim motus & huius plaga ad motum fit sui centri, erit motus globi a, & hujus plaga in lineā ab à centro e ductā per contactum: & quia eadem ratione impulsū recipit & impellit, estque major resistentia in b quam impulsus ex e, erit motus reflexus in eadem lineā ab. Motus ergo in se ipsum reflectit, cùm centrum grauitatis & contactus fuit in eadē lineā motus. Obijcies cùm pila percutit planum, eadē vi percutitur ab illo plano: est autem à percussione æquali impulsus æqualis, quo enim violentius incidit, eo magis impetuoso reficit ab illā plagā: impulsus ergo, quem pila recipit à

no, est æqualis impulsui, quod idem plano allidit. Quia verò hi impulsus tendunt in partes oppositas ejusdem lineaæ rectæ, erunt per definit: 4. contrarij absolutè: tollit autem contrarium æquale suum contrarium in èadem ratione, totum quidem totum, pars verò partem sibi æqualem; sublato ergo per contrarium æquale impulsu nullus erit motus reflexus, cùm linea motus est perpendicularis ad illud planum. Quód si à percussione in plano, aut globo quiescente factá morus reflectit, quid prohibet ab eodem plano, aut globo, si motu opposito ferantur, & violentià æquali sibi occurant, à percussione æquali eundem motum reflecti? Vt in hac ob-

scuritate aliquam lucem consequamur, quæ non nisi ex naturà impulsus priùs cognitá elucescit, de quâ in lib: de Arcu Cælesti latius differemus, notandum hic breuiter 1.

Impulsum fieri à percussione juxta determinationem illius plagæ, quam centrum inducit percutientis, & quam centrum recipit percussi; partes enim mobilis impul-

fum recipiunt per lineas motui centri parallelas. 2. Hanc plagam, quæ fit à corpore percusso, aliter dum quiescit, aliter dum est in motu impulsu determinare: quia enim plaga ex impulsu, percussum verò quiescens nullum ex se habet impulsu, verùm à percutiente; eadē plaga, quæ percutitur, impulsu determinat in percutiente: ab æquali ergo plagæ æqualis impulsus. Cum

tem percutitur in motu, quia ex se impulsum habet, non ex illà plagà, quam recipit à percutiente, sed quam infert impulsum determinat; licet ergo illorum corporum, quæ violentiá inæquali colliduntur, idem sit contactus, non tamen eadem ab utroque, verùm à majori major, à

minori impulsu minor infertur plaga. 3. Corpora percussa alia esse mollia, quorum partes percussione cedunt, inter se verò unitæ manent; cujusmodi argilla, cera, lana, plumbum, &c. Alia dura; & siquidem percussione nullo modo cedunt, absolutè dura; si autem percussione cedunt, neque; partes inter se unitæ manent, fragilia dicuntur; ut vitrum, testa, tophus, &c. Corpora demum absolutè dura alia sunt sonora, quorum atomi vibratione quadam mouentur, ut propo: 1. dictum; alia furda, quo

rum atomi nullo aut insensibili motu monentur. 4
Impulsum naturà suà inclinare ad motum perfectum, quo mobile secundúm se totum locum mutat. Quòd si ergo impulsus, quem plaga inducit, proportionem habeat ad illud mobile, eodem quo percutiens motu feretur: si autem minor sit impulsus quam ut loco mouetur, habeat vorò idem mobile partes fragiles, aut in se cedentes, percutiens percussum perforabit, aut excavabit; it a nimis si major sit soliditas percussi, quam ut impetus per omnes partes eluctetur, qui non prius iram ponit, quam continuatà illarum partium, cuas

pit, vel collidit, resistentia vires absumat. Ex hujusmodi ergo corporibus nullo modo reflectit motus, nisi in progressu, priusquam exoluatur, occurant partes magis solidæ: ita enim pila ubi calcem derafit àmuro, ex occursu faxi reflectit: quod non sit si viá, quā irruptit à fissurā rursum coëat, quemadmodum in ligno viridi, cuius vulnus ex partium fissarum coalitu mox solidatur. Corpora autem dura absoluté quia neque; perforantur, neque; partes habent percusione cedentes, æqualem recipiunt atque; inferunt plagam, morum verò ex illà plágâ reflectunt, atque; eó magis, quó duritie magis præstant. Inde ergò fit quód vala vitrea aut crystallina inæqualiter colliduntur, pro ut illa corpora, ad quæ offendunt, percusione magis aut minús cedunt: quia nimirum non ex illà, quam inferunt, sed ex illâ, quam recipiunt, plaga colliduntur. 5. Impulsum fieri per lineam rectam: & si-

cuti grauitas minús mouet, quó magis linea motus ad horizontem est inclinata, quiescit verò à motu in linea eidem parallelás ita impulsum ex inclinatione motus sensim minui, & demum in hypomochlio deficere.

Quòd si ergo mobile occurrat plano, ita ut contactus sit in linea motus eiusdem centri, quia centrum hypomochlio occurrit, totus ex illà plágâ emoritur impulsus; propterea quòd motui quies non minús est contra ria, quam motus: at verò si planum fit inclinatum, in

lā tantum parte, quæ hypomochlio occurrit, motus con-
quiescit, reliquā parte, quæ cum centro extra hypomo-
chlium cadit, nihil impeditā: impulsus ergo pilæ, cūm
motus centri est perpendicularis ad planum, ubi percu-
fit in hypomochlio à motu conquiescit: at vero planum
ex illā plagā in percutiente nouum determinat impul-
sum, juxta directionem plagæ, quam infert; à quo eadem,
quā venit, viā retroagitur: & siquidem duritie præstat,
erit plaga & qui hanc sequitur impulsus in utroque; æqua-
lis, ac proinde motus reflexus æqualis motui recto: de-
ficiet autem motus reflexus à motu recto, si defectu du-
ritiei minorem recipiat, quam dedit plagam. Quod si
ergo duo globi violentiā æquali sibi occurrant, sitque; mo-
tus centri utriusque; in eādem lineā rectā; quia tum uterque
alteri, non minús quam planum, est hypomochlij loco,
ab illā communi plagā in utroque, emoritur, nouus verò
quo retro aguntur, impulsus regeneratur. Licet verò
posit: 2. inficiamur ejusmodi globos sibi occurrentes re-
filire, id tamen exempli gratia ad naturam contrarij ma-
gis explicandam, & ex suppositione, si nimirum impul-
sus ei ratione misceantur, à nobis dictum fuit: at verò hi
impulsus non miscentur, verūm uni abolito alias fuc-
cedit. Quod si verò uterque; globus in motu percutiat vi-
olentiā inæ quali, impulsus quidem minoris, ubi percu-
fit majus, ob hypomochlium à motu conquiescit,

pulsum verò sibi similem & aequalem producit, seu determinat in majori ex illa, quam infert, plagà, hoc est partem tollit à majori sibi aequalem. At verò majus, ubi percussit, non videtur conuiescere à motu, propterea quod minus non habeat rationem hypomochlij ad majus, impulsum verò in minori producit sibi aequalem; ut si minor impulsus ut 3. major ut 7. minor quidem à majori tollit partem sibi aequalem idest 3. & simul ob contrariam in hypomochlio quietem exspirat; majus verò quia tota vi percutit minus, impulsum ut 7. producit ex illà plagà, motum autem à percusione non nisi partes 4. reliquæ perficiunt. Itaque; fit ut ex illà in aequali plagà, velocitate ferantur inaequali, minori quidem majus ob vires à percusione accitas & mutilatas, majori verò minus ob easdem vires de integro acquisitas. Dices interdum fieri ut inaequali violentiâ sibi occurrant duo globi, & tamen uterque; resiliat. Respondeo si contactus fit in linea motus centri, videtur non posse fieri ut major resiliat, propterea, quod major violentia non detinetur à minori: at verò si ex obliquo se percutiant, fieri posse ut etiam ille globus, qui magis percussit, resiliat, aut in codem, quo percussit, loco confixat. Instabis hanc solutionem non usque quaque experientiæ consonare: nam quomodo cunque duo globi inter se commicantur, atque adeò in linea motus centri se percutiant violentiâ

æquali, uterque refilit ab illà plага, magis quidem qui minus, minùs verò qui magis percussit: non igitur excef-
fus majoris est principium morus reliqui à contactu.

Vt objectioni & experientiæ satis fiat, dicendum à quo-
libet contactu impulsum deficere & exspirare, nouum
verò à percusione determinari, qui motu eidem plага^æ
æquali retroagit illud mobile. Cùm enim impulsus à
percusione fiat, juxta determinationem plага, quam
recipit à percutiente, nihil mirum si à determinatione
nouâ nouum impulsum consequatur: quomodo in acu
nauticâ fieri videmus, quæ quoties oppositum polum
tangit, directionem, quâ eidem polo se obuertit, forti-
tur nouam. Quod minùs difficulter admittes, si per-
pendas quâ ratione vastæ campanæ ingens mugitus, &
qui hunc suâ vibratione fouet in gyrum actus impulsus
ex leuissimo tactu repente conticescat: quid ergo mi-
rum ex tactu pilæ haud paulo majoris impulsum cohi-
beri? Instabis an igitur globus ligneus, si ex opposito
quantumuis motu lento moueatur, repercutiet pilam
ferream quacunque; violentiâ irruentem? Ad pleniorum
hujus atque; aliarum objectionum solutionem, notandum
primò: ut mobile moueatur, non sufficere quemlibet
impulsum, sed proportionatum illi mobili: impulsus e-
nim, quo globus ligneus ad motum concitatur, haud
quaquam loco mouebit pilam ferream ejusdem molis

aut maiorem: at verò si huius impulsu moueatur globus ligneus, motu agit abitur multò velociore. Secundò:

hanc proportionem motus & impulsus non à mole, sed à grauitate illorum corporum determinari: itaque; globus ligneus major, & glans plumbea minor, si æquiponderant, ab impulsu æquali æquali velocitate mouentur
Simili modo si eandem rationem habeant impulsus quam habent pondera, erit velocitas motus æqualis'
Tertiò percusionem & quæ hanc sequitur plagam non

uno instanti, sed in aliquo tempore quantumuis imperceptibili perfici: cùm enim plaga proueniat non ex solo contactu, sed ex irruptione violentá, quā veluti penetrat percutiens percussum, non esse potest absque; motu; cùm ergo percutiens tangit, ne cum est plaga, sed fit; cuius signum fragor à percusione non nisi in tempore proueniens. Sicuti ergo plaga sua habet incrementa, ita determinatio impulsus: & si quod mobile non totam plagam recipit, deficiet quoque; in eadem ratione impulsus. Quartò: impulsum exspirare ubi totam perfecit

plagam, partem verò non nisi cum parte emori: residuum ergo plagæ seu impulsus, si nihil est quod recipiat illum plagam, erit principium motus à percusione continuati. His suppositis, ita rem transigemus sit ergo.

R

No

1.

2.

3

4

5

2

3

4

Porisma I.

Si globus alium globum percutiat quiescentem & æqualem, illo expulso quiescit.

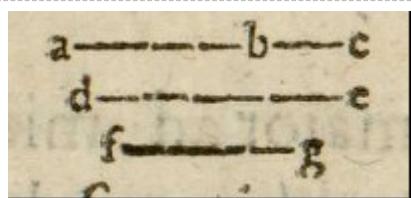
VT si duo globi lignei inter se sint æquales, aut cum aliо quoquis globo ejusdem ponderis, atque; hic illum percutiat quiescentem; quia impulsus percutientis ad utrumque; globum eandem habet rationem ex notabili 2. æqualis autem impulsus non nisi à plagā sit perfectā, erit velocitas in percusso non ante illam plagam: non ergo incipiente plagā præcurreret seque, auellit à percutiente, sed plagā demum perfectā illam velocitatem consecutus. Et quia ex notabili 4. impulsus, ubi plagam perficit, exspirat; nullam verò plagam inducit globus quiescens, propterea quod neque; irruptio violenta seu penetratio fiat ab illo globo, qui èadem velocitate, quā percutitur, se abducit; quiescet globus percutiens ab illa, quam fecit, plagā.

Porisma II.

Si globus major percutiat minorem quiescentem, minori expulso eundem motum continuat major.

QVia enim minus pondus æquali celeritate mouetur a minori impulsu; illam velocitatem motus qua præcurrerit seque; auellit à percutiente, à minori plagā

sequetur, quam ut totum impulsum producat. Et quia impulsus non nisi à plagà emoritur; impulsus reliquus, qui nec dum percusit, eundem motum continuabit. Habeat enim pondus de ad pondus fg eandem rationem, quam habet impulsus maioris ac ad impulsum minoris



[Figure 30]

ab, percutiatque; de ipsum fg: quia ergo plagà non nisi in aliquo tempore fit, & sicuti plaga, ita quoque; impulsus sua habet incrementa, erit impulsus ab prior impulsu ac. est autem ac ad al, ut de ad fg: & permutoando ac ad de, ut ab ad fg; eadem ergò velocitas in utroque;. Et quia eádem velocitate mouentur, nulla à contactu erit plaga.

Ita ergo pila ferrea dum murum percutit, quia minori impulsu, ad motum concitantur partes in muro percus-
sæ, illam velocitatem motus, quâ pila ferrea mouetur,
ab incipiente & necdum perfectâ plagâ consequuntur:
impulsæ ergo motum pilæ anteuerunt, suoque; impetu a-
liis instant: & sicubi major vis obstat, pila à tergo hæ-
rentes nouo impulsu urget, quoisque; illâ percusione con-
tinuatâ totum impulsum plaga hauriat & absumat
Quód si major sit impulsus, quam ut æqualis sit illi pla-
gæ, quâ murum perforat, motum à rupturâ continuat li-
li excessui æqualem.

Porisma III.

Si globus minor percutiat majorem quiescentem, habeat verò minorem rationem ad suum impulsum, quam ad globum majorem, expulso majori minor quiescit aut reflectit.

HABeat globus a maior ad minorem b rationem du-
plam, idest grauitas seu pondus majoris sit duplum
ponderis minoris; impulsus autem minoris ad ejusdem
grauitatem in ratione majori quam dupla. Quia ergo
grauitas & impulsus inter se sunt contraria, erit motus
æqualis excessui maioris; est autem impulsus minoris
maior grauitate maioris, propterea quod ad grauitatem
minoris maiorem habeat rationem; erit ergo huius ex-
cessus principium motus maioris. Igitur si globus mi-
nor percutiat maiorem, quia ab æquali impulsu minor
est velocitas motus, non ante perfectam plagam auelli
potest à percutiente: & quia à plagà perfectâ emoritur
impulsus, minori autem velocitate maior se abducit ab
illà plagà, quām irruptio fiat minoris; repercutiet ma-
ior minorem, eritque; huius plaga ad mensuram illius tar-
ditatis. Globus ergo minor, ubi percussit maiorem, illo
expulso reflectit. Quod si ob motum velociorem nullà
à percusso inducitur plaga, minor expulso majori qui-
escit.

Porisma IV.

Si globus minor percutiat majorem quiescentem, habeat verò majorem rationem ad suum impulsū, quam ad globum majorem, illo immoto reflectit minor.

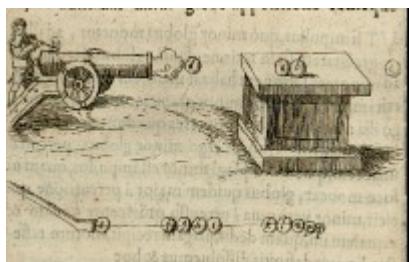
VT si impulsus, quo minor globus mouetur, ad illius grauitatem sit in ratione duplā; globus verò major ad minorem rationem habeat maiorem quam duplam, erit impulsus minoris minor grauitate maioris; non ergò illam mouere valebit, propterea quod motus ab excessu fiat maioris. Quod si ergo minor globus percutiat maiorem, quia ex illā plagiā minor est impulsus, quam ut loco moueat; globus quidem maior à percusione qui escit, minor verò quia à percusso quiescente nouam & aequalē illi, quam dedit, plagam recipit, motum reflectit. Ex iam definitis dissoluemus & hoc

Problema I.

Globum in plano quiescentem percutere alio globo quacunque violentiā, neque; tamen loco mouere.

Assumatur globus a cuiuscunque molis & ponderis, eius tamen firmitatis, quod totum impetum sufferre valeat, neque; disiliat ex illo ictu: constituaturque; in plano AB

liberè, & absque ullo nexu: quem percuti volumus ab alio
globo, æquali tamen aut minori, quacunque violentia, atque;
adeò à machinà bellicà effulminato, neque; tamen suo lo-
co moueri. quod quidem nullis machinis, aut retinacu-
lis, sed duntaxat unius globi appositione conseque-



[Figure 31]

mur, qui iram illius fulminis à globo percusso hauriat &
absummat. Appone ergo à tergo alium globum illi æqua-
lem b, & sit linea motus pilæ ad utrum que globum perpen-
dicularis; dico globum a nulla ratione loco moueri a
globo d. Quia enim globus a eodem momento, quo
percutitur à globo d, percutit globum b sibi æqualem,
inducet illà percusione plagam perfectam, ac proinde

per Porif: 1. à percusione quiescet. Quòd si plures globi æquales se contingent in linea motus centri, ut f.g.h.i, percusso f primo ab æquali e, ultimus i mouetur, reliquis f.g.h immotis; propterea quòd per Porif. 1. posterior prioris exhaustit plagam. t verò si unus æqualium post fe habeat minores quotcunque; ut o.p.q. percusso à k æquali l, omnes cum l moto mouentur, ut constat per Porif. 2. Quòd si demum percusso incipiat à minori q ug: omnibus immotis aut reflexis ultimus mouetur, per Porif. 3. aut si minor est impulsus grauitate, quiescit, per Porif. 4. Eadem vià dissoluemus hoc

Problema II.

Globum in plano quiescentem alio globo quacunque violentiâ per cuffum, ad imperatam distantiam mouere.

VT si globum b ab alio globo æquali aut minori quacunque violentiâ percussum, ad locum determinatum vg: c mouere velis, neque; limitem hunc præterire, quantum effraeni impetu feratur n eodem loco, quem terminum illi motui præfixisti, globum constitue æqualem, dico in eodem loco à motu quiescere globum b. Quia enim globum c quiescentem percutit globus æqualis b, per Porif. i quiescet ex illa, quam fecit, plagâ.

Porisma V.

Si duo globi ejusdem molis seu ponderis se percutiant in motu,
uterque; reflectit.

NAM quia idem pondus utriusque;; erit quoque velocitas
motus, quam plaga inducit, æqualis; eadem ergo ve-
locitate reflectit percutiens, quæ percussum mouebatur.
Ex quo fit manifestum illorum velocitatem, quæ in mo-
tu se percutiunt, à percusione permutari: quæ enim ma-
gis percutiunt, minùs; & quæ minùs percutiunt, magis
impetuofè reflectunt.

Porisma VI.

Si globus major in motu percutiat minorem, habeat verò minor
minorem rationem ad suum impulsum, quam ad globum majorem,
uterque; reflectit.

QVIA enim major est impulsus minoris grauitate ma-
joris, ob minorem hujus quam illius ratio nem, si mi-
nor percutiat majorem, mouebitur ex illâ plagâ major:
reflectit autem & minor à majori, propterea quod à qua-
cunque hujus plagâ mouetur minor. Igitur si globus ma-
jor in motu percutiat minorem &c.

Porisma VII.

Si globus major in motu percutiat minorem, habeat verò minor majorem rationem ad suum impulsum, quam ad globum majorem, minori reflexo motum continuat major.

QVia enim minor est impulsus minoris grauitate majoris, propterea quòd minorem ad hanc quam ad impulsum habeat rationem, non poterit grauitas majoris moueri ex impulsu minoris: licet ergo plaga fiat à minori, quia tamen minorem producit impulsum, quam ut grauitatem majoris loco moueat, non potest ex illà plagà reflecti major. Quia verò à minori impulsu æquali velocitate mouetur minor, erit velocitas in minori æqualis velocitati majoris à plagà necdum perfectà: impulsus ergo reliquus, qui necdum percussit, motum continuabit. Si ergo globus major in motu percutiat minorem &c.

Porisma VIII.

Si globus major in motu percutiat minorem, habéat verò minor ad majorem eandem rationem, quam habet ad suum impulsum, minori reflexo quiescit major.

MInorem quidem globem à majori reflecti constat, propterea quòd ex hujus plagà impulsus quidem æqualis, maior autem velo citas in minori consequatur: àt verò globum maiorem à percussione quiescere, cùm

andem habet rationem minor ad hunc, quam habet ad suum impulsum, ita ostendemus: motus non nisi ab excessu fit maioris; at verò impulsus ex illà plagà, quam inducit minor in maiori, non maior sed æqualis est eiusdem grauitati, ex suppositione; non ergo ex illo impulsu moueri potest major. Quia verò à percusione exsoluitur, minor autem, quam ut mouere possit, impulsus regeneratur, quiescet ex illà plagà globus maior.

Propositio XXXVIII.

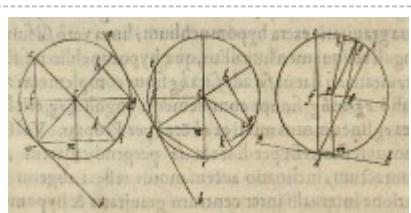
Cùm centrum grauitatis cadit extra lineam hypomochlij, motus in illam partem, in quâ est centrum, reflectit.

Ocurrat globus d̄cg plano ab non perpendiculariter, sed ex obliquo, faciens angulum incidentiæ ad c̄cutum, eritque; linea cd ducta per contactum linea hypomochlii, & motui centri parallelā, centrum verò e extra lineam hypomochlii: dico ex punto contactus a motū reflexum fieri in illam partem, in quâ est centrum e. Quia enim motus & plaga ad motum fit centri: centrum verò e plano occurrit per lineam ed, estque; maior resistētia in plano quam impulsus, erit motus reflexus ad partes oppositas illi plagæ, ac proinde in partem in quâ est centrum.

Propositio XXXIX.

Motus reflexus fit per lineam parallelam illi lineæ, quæ cum linea perpendiculari ad contactum angulum constituit in centro, cuius sinus est æqualis interuallo inter centrum grauitatis & lineam hypomochlij.

IN eadem figurâ ducatur ex e centro grauitatis seu impulsus linea ef perpendicularis ad lineam hypomochlii cd, & linea eg faciens cum linea dh perpendiculari ad contactum in eodem centro e angulum heg, cuius sinus hg sit æqualis lineæ fe interuallo inter centrum gra-



[Figure 32]

uitatis e & lineam hypomochlii: dico motum reflexum fieri per lineam di parallelam lineæ eg. Quia enim centrum grauitatis, dum suà mole ferit planum in puncto d

per lineam ed se ipsum veluti partitur: illa quidem pars quæ hypomochlio insistit, atque illam plagam inducit, eadem vià, quá impulit, & impulsu æquali retro agitur: reliqua verò, quæ cum centro extra hypomochlium cadit, per lineam fertur ex parallelam lineæ db, propterea quod hæc sit proxima motui grauitatis ab hypomochlio impeditæ. Quia ergo motus eh.ek, quibus centrum grauitatis agitur, secundum quid sunt contrarii, propterea quod angulus hek sit minor duobus rectis, erit motus mixtus per lineam medianam inter eh & ek, cuius interuallum determinat sinus complementi inclinationis, in ratione quam habent impulsus per Prop: 31. est autem interuallum fe, hoc est sinus dm anguli dem, mensura grauitatis extra hypomochlium; linea vero fd sinus anguli reliqui mensura illius, quæ hypomochlio insistit grauitatis: si fiat ut fd ad ef, ita kg sinus complementi anguli heg adhg sinum complementi anguli keg erit linea eg linea motus mixti ex eh & ek per Prop: 31. Vel sic motus reflexus sit per lineam de perpendiculari ad contactum; inclinatio autem motus reflexi augetur in ratione interualli inter centrum grauitatis & hypomochlium: Si igitur fiat ut sinus totus nimirum motus reflexus, ad mensuram hujus interualli, hoc est grauitatem extra hypomochlium, ita linea motus eh sinus nimirum anguli hek, hoc est sinus totus ad sinum hg anguli

nationis, erit eadem linea eg motus mixti. Quia ergo mobile mouetur ad motum sui centri, erit motus ex d reflexus per lineam parallelam illi linea, quæ cum linea perpendiculari ad contactum angulum constituit in centro, cuius finus est æqualis interuallo inter centrum grauitatis & lineam hypomochlij.

Propositio XXXX.

Anguli incidentiæ & reflexionis sunt inter se æquales.

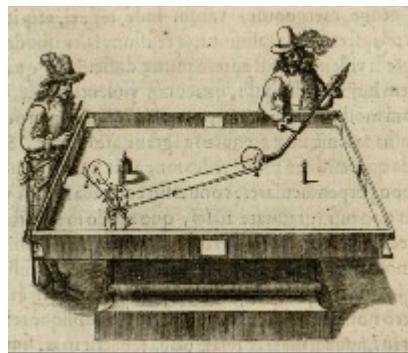
QVia enim duo latera eh.bg trianguli ehg æqualia sunt duobus lateribus ef. fd trianguli efd, & angulus, qui adjacet uni æqualium laterum, rectus, erunt triangula æqualia, & angulus fde angulo heg æqualis: est autem angulo heg æqualis angulus edi ob parallelas eg. di; idem ergo angulus edi est æqualis angulo fde: sunt verò duo quoque; anguli a.de.bde inter se æquales, nimirum recti; ablati ergo duobus angulis fde.edi æqualibus, erunt anguli reliqui adf.bdi, anguli nimirum incidentiæ & reflexionis inter se æquales. Priusquam de motu reflexo finiamus, unum atque; alterum Problema pro corollario adducemus, quorum solutio magis difficilis habetur, ex ijs autem, quæ hactenus sunt demonstrata, facilem dissoluuntur. Sit ergo

Problema

Tribus globis in quacunque; distantia extra lineam rectam affum
ptis, punctum determinare in globo secundo, à quo reflexus primus
percutiat tertium.

IN figurà subiectà affumantur globi s.p.r. in distantiâ
sp.pr.rs: oporteatque; in globo p punctum determina-
re, ad quod globus s allidens, indeque; reflexus percutiat
globum r. Tangant illos globos lineaæ ac. bd in punctis
a.c. b.d, & diuidantur bifariam in punctis e & f; à quibus in
circulum p excurrant lineaæ rectæ eg.fg. se intersecantes
in puncto reflexionis g, eo modo, quo docent Optici in-
uento, & producantur utrinque in k.l, & h. i; dico punctum
g esse illud punctum, à quo globus s reflexus percutiat
globum r. Quia enim angulus egd angulo fgc per con-
structionem, & angulus egh angulo fgk ad verticem est
æqualis; ablatis ex his illis erunt anguli reliqui hgd. kge
æquales: linea ergo subtensta hg est æqualis lineaæ kg. &
quia linea fd lineaæ fb, & angulus dfg est æqualis angulo
bfn, erit corda gh æqualis cordæ ni. Similiter ostende-
mus cordam gk æqualem cordæ ml. Ducatur ergo per
contactum à centro p linea pq, atque, ex q circulus de-
scribatur æqualis circulos, tangens priorem in g, agaturque;
linea qr parallela lineaæ gi: quòd si ergo globus s motu fui

centri describat lineam sq, describet punctum m motu
simili lineam mg illi parallelam, tangetque; globus s globum
p in puncto g: dico punctum m ex g per lineam gi, cen-
trum verò q per lineam qr illi parallelam reflecti. rit
enim gy linea hypomochlii, ad quam ex que cadat linea



[Figure 33]

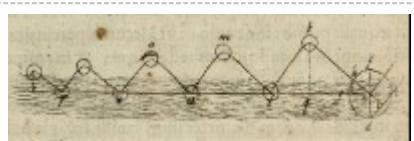
perpendicularis qt, atque; huic æqualis sumatur in linea
motus centri qz, à cuius termino z ducta linea perpendicularis
fecabit circulum in punto x, per quod transit li-
nea motus reflexi per Prop 39. tribus ergò globis extra
lineam rectam affumptis punctum determinauimus in

globo secundo, à quo reflexus primus tangit tertium:
quod erat faciendum. Secundum Problema.

DE MOTV REFLEXO LAPILLORum EX AQVA.

QVi obliquè incidentes illam minimè findunt,
neque merguntur; verùm inde reflexi, atque; ite-
rum relapsi reciprocà allifione, & relifione saltu quodam
progredi videntur. Est autem prima difficultas, quam
ob rem hujusmodi lapilli, quacunque; violentià projecti,
aquam mollissimam non perrumpant, in quâ etiam pul-
uisculus & leuissimæ arenulæ suà grauitate fidunt. Se-
cunda quâ ratione à primâ reflexione alias inducant pla-
gas non perpendicularares: conuersio enim illa motus vi-
detur non nisi à grauitate nasci, quo modo in omnibus
projectis fieri constat: at verò grauitas non nisi per line-
am mouet perpendiculararem. In figurâ subjectâ lapillus
seu globulus a à percusione obliquâ ba reflectit in k: in
de verò non perpendiculariter in q, verùm obliquè rela-
bitur in l, nouaque; illatâ & relatâ plagâ reflectit in m: simi-
liter ex m in u, & ex o in x ad nouam se ex obliquo vibrat
plagam. Hujus autem solutio pendet ex his, quæ de mo-
tu reflexo à nobis sunt dicta. Quia enim percusso fit à
centro, magnitudo autem plagæ ab hypomochlio deter-
minatur; quó enim major pars hypomochlio occurrit,
eo majorem plagam inducit, unde ictus grauissimus

pendiculatis; propterea quod cum centro partes omnes coincidunt, atque; in illam plagam cooperantur: quo vero ictus magis est obliquus, eo minorem plagam infert. Quia ergo lapilli obliquè incidentes non nisi parte exigua feriunt, major autem vis extra hypomochlium cadit. obstatque; quo minus illa suo fulcro innitatur; inde fit ut non mergantur, neque; findant quantumuis mollem a-

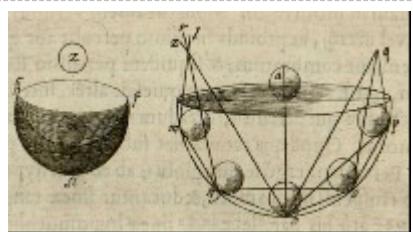


[Figure 34]

quam. In globulo enim a sola pars dic hypomochlio occurrat, reliqua dghci cum centro a extra hypomochlium cadit, atque; ab illa plaga idem mobile abducit. Quia verò minor est plaga, quam ut perrumpat, recipiet à percuesso æqualem, qua refiliat, plagam, ac proinde minorem, quam ut impulsu producat illi æqualem, quo centrum mouetur. Motus ergo reflexus est mixtus ex motu

centri ag à primà, & motu af à plagâ secundà, linea verò motus reflexi ah per Prop: 39. quia ergo minor impulsus à reflexione, impulsu, quo centrum agitur, deficiet priùs, illoque; deficiente motum continuabit major impulsus; & priusquam fui juris sit, linea motus mixti sinuofe, quomodo grauia à motu violento, se abducet; inde per tangentem arcus jam deficientis, ac proinde ex oblique se deuoluet, ut nouà illatà & relatà plagâ se rursum attollat. Quia verò illo cursu & recursu virtus elangue scit, quantumuis æquali parte feriat, minor tamen à percusione secundà fit plaga, quam ut motus inde reflexus fit æqualis primo: inde ergo fit ut à secundà percusione in d minor fit altitudo motus reflexi in m; & in o minor quām in m, quousque; demum motus centri à percusionibus iteratis exoluatur: aut quia minor in fine altitudo motus reflexi, quam diameter illius lapilli seu globuli, ob aquam motui reluctantem ictus emoritur; atque; inde fit, quòd in fine motus ab hujusmodi lapillis aqua dispergatur: à p enim in q reflexus motus, ob altitudinem diametro minorem, viam incedit pq ob aquæ grauitatem magis impeditam. Non solùm verò in aquà ex hujusmodi ictu obliquo fiunt repercusiones, verum in quocunque alio plano minùs tamen sensibiles: cuius ratio est molilitas aquæ, quæ pressa reassurgit, ictuque; geminato ferit. Itaque; videmus pilas luforias magis resiliere, quæ à plagâ

dunt in se ipfas, & veluti complanantur, atque; ita plagam inducunt latiorem; mox verò à plagâ impulsu geminato reaffurgunt: idem enim sit siue planum, siue mobile eidem plano allifum eà ratione moueatur. Similes ictus repetiti fiunt in cauo sphærico, cujusmodi peluis: ab



[Figure 35]

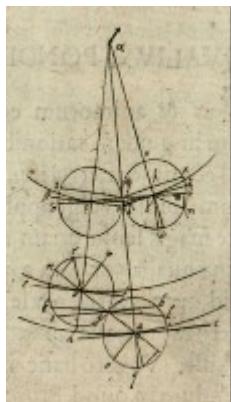
uno enim puncto reflexus globus in alia porro offendit & allidit: ut si globus ex l demittatur in peluim msbp, a puncto m ad angulos reflectit æquales in n, exn verò in b, ex b in o, tum in p, à quo extra peluim reflectit in que Idem ex r delapsus in s maiori angulo reflectens, ob cordas maiores, pauciores inducit plagas. Ex z demum in b reflexus quia nullibi offendit, quemadmodum neque; in linea perpendiculari ab, nullam præterea inducit plagam.

Tertium Problema.

DE REFLEXIONE MOTVS CIRCVLARIS.

VT si duo globi ab eodem hypomochlio filo suspenſi,
& in suam stationem recurrentes se percutiant in il-
lo motu. Quia enim hic motus discedit à linea recta, per
quam dicit impulsus, neceſſe alio modo reflexionem fi-
eri, quám in motu recto. Mouetur autem vel unus tan-
tum, vel uterque;, ac proinde hic illum percutit aut quies
centem, aut commotum; & siquidem percussio fiat in
motu, uterque; reflectit: Si verò quiescit alter, interdum
reflectit ille qui percussit, interdum in ipſo ictu emori-
tur motus. Quod qua ratione fiat ſubjecta figurá pate-
fiet. Percutiant ergò ſe duo globi $\epsilon\gamma$ ab eodem hypomo-
chlio α ſuspenſi in ipſo motu, & ducantur linea tangentes $\beta\omega. \theta\xi$ atque; his parallelæ $\psi.\psi\chi$ linea hypomochlij; in
linea autem, γ per utrumque centrum ducta, & utrinque
protracta ſumatur $\gamma\pi$ æqualis $\psi\lambda$, & ex π excitetur li-
nea perpendicularis $\pi\mu$, eritque linea $\gamma\mu$, ſi nihil impediat,
linea motus reflexi, per Prop: 39. motus nimirum mix-
tus ex motu centri $\gamma\omega$ & motu à percusſione $\gamma\nu$. At verò
huic motui obſtat funiculus, à quo globus detinetur,
quò minùs extra peripheriam circuli euagetur. Quia ve-
rò hic motus à reflexione & motus à retractione funi-
culi angulum ducunt $\alpha\gamma\mu$ minorem duobus rectis, erunt
per definit: 5. ſecundūm quid contrarii, ac proinde inter

fe miscentur. Motus ergò ex utroque mixtus à percussione reflectit. Simili modo ostendemus globum *e* reflecti ex illà plagā. Quòd si globus a percutiat globum *b* quiescentem, & minori filo suspensum, erit per Prop: 39 linea motus reflexi aque & quia hic motus in partes oppo-



[Figure 36]

fitas tendit eiusdem lineæ rectæ, per quam retrahitur ab hypomochlio, erunt motus absolutè contrarii: globus ergò a si in illo situ percutiat *b*, à percussione quiescet; tantò verò minùs reflectet, quantó maior fuerit

lus *eaq* Si demum globus b percutiat globum a quiescentem & longiori filo suspensum, erit linea motus reflexi br ad easdem partes cum retractione hypomochlii, propterea quòd linea bp sit motus centri, linea verò bn motus à percusione; globus ergo b percusso globo a reflectet in illo situ à percusione: Eadem via disoluemus & illam quæstionem.

DE IN AEQVALIVM PONDERVM LAPSV

MAGnis motibus & animorum contentionibus agitatam: dum hi quidem rationibus se tuentur, illi verò experientià eos urgent, errorisque; manifesti reos peragunt. Quorum opinio vulgi applausu excepta palmarum tulit, judice magis sensu quam ratione. At verò qui opinantur inæqualia pondera æquali lapsu ruere, videntur magis id, quod motui per se ineft, attendiffe, impedimenta verò motus, quæ ab extra fiunt, veluti dubiæ fortis neglexisse. Vt verò hanc litem dirimamus, memoriā repetendum id, quod Prop: 37. notabili 4. dividimus, impulsum deficere à plagà perfecta, partem verò hujus cum parte æquali plagæ emori. Secundo à refentiâ majori plagam induci majorem: propterea quòd percutiens magis tum immoratur. Tertio omnia corpora resistere diuisioni, atque; eó magis, quó major est

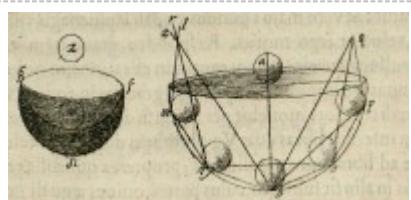
tus illarum partium unitiua, ut Prop: 1. dictum: quantumis ergo aér naturá suá sit fluidus, atque; omni aurá mobilis, non tamen absque, violentiá, ac proinde non absque; plagà findi potest. Quarto majorem diuisionem fieri à majori plagà; multúm enim aëris non eadem facilitate mouemus, neque; eadem velocitate parte ferri latiore, quam in mucronem tenuata hunc penetramus. His suppositis: dico 1. motum quatenus à grauitate procedit eiusdem speciei seu gradus, eadem celeritate fieri in omnibus, quantumuis mole, figura, pondere à se differant: ratio, quia ut mobile mouetur, non quilibet impulsus, sed proportionatus esse debet ad illud mobile; ab eadem ergo proportione eadem velocitas motus: at veró impulsus, quo totum mobile mouetur, eandem rationem habet ad illud mobile, quam semifisis illius impulsus ad semifissim, & triens ad trientem eiusdem mobilis; eadem ergo velocitas motus. Quod idem de qualibet particulá, quacunque; factá diuisione, dividendum; non minùs enim extra illud mobile, quam in mobili, & alijs conjunctæ suo impulsu mouentur. Dices virtus collecta est fortior se ipsa dispersa: major ergo impulsus in partibus unitis, quam extra illam unionem. Respondeo illud axioma non in omnibus valere, sed tantum in ordine ad actionem, quæ extra illud subjectum terminatur; ita enim lux alteri conjuncta lumen

us protendit, nihilo ex illa conjunctione luce aucta: ita ergo impulsus partium unitarum licet magis percutiat, non tamen in ordine ad motum, quo illius subjectum fertur, magis inualescit, quemadmodum cum plures simul vocem attollunt, licet magis audiatur, non tamen ex aliorum vociferatione singulorum clamor facilitatur. Plura quae pro hac sententiâ, & contra afferri possunt, suo loco dicemus; nunc verò dato esse veram, illam inæqualitatem motus constare, atque; ex aliâ radice nasci paucis ostendemus. Dico secundò, illam inæqualitatem motus, quo inæqualia pondera mouentur, esse à medio, in quo fit motus; atque; illa corpora, quorum grauitas seu impulsus majorem rationem habet ad suam plagam, velocius moueri. Quia enim aër resistit diuisioni ex notabili 3. erit plaga ad mensuram hujus resistentiæ; deficit ergò impulsus, ac proinde velocitas motus in ea ratione, in quâ magnitudo plagæ: igitur ut plaga ad plagam, ita velocitatis decrementum. At verò grauitas illorum corporum majorem rationem habet, quam illorum plaga: fit enim globus ab ad globum cd in ratione duplæ, eritque; illorum plaga æqualis circulo maximo suæ sphæræ, propterea quod plaga inducitur non nisi à parte inferiore, quæ aërem findit, & cui soli aër resistit: habet autem circulus maximus sphæræ seu globi in ratione duplæ ad aliam spharam, minorem rationem, quam duplam, ad

lus circulum maximum; globus ergo major plagam inducit minorem, quām ut sit dupla ad plagam minoris globi: ut si globus major sit duarum lib: erit semipsis, id est lib: una, æqualis globo minori; hujus verò plaga semipsis plagæ totius minor placâ totâ globi minoris. quia ergò plaga tollit partem sibi æqualem, maius erit decrementum velocitatis in librâ unâ, dum extra illud totum, seu globum maiorem & per se, id est in globo minori mouetur. Et quia in medio similari eadem plaga continuatur, eadem ratio erit decrementi quæ interualli; ut si in toto motu deficiat cubitus unus, deficiet in semisse hujus motus illius semipsis: atque inde ratio constat, quam ob rem à principio motus inæqualia pondera simul ferri videantur, inde verò magnis à se disiungi interuallis. Malè ergo rationem huius inæqualitatis petunt à proportione illorum ponderum, quæ à ratione crescentis plagæ defumi debet; ablatâ enim à grauitate seu impulsu parte æquali suæ plagæ, reliquus impulsus dabit illam inæqualem velocitatem. Obiicies fieri non posse ut eadem ratio maneat plagæ in illo motu inæquali continuatæ, propterea quod aër percussus alium percutiat, viamque ea ratione aperiat ruenti globo, plagæ imminentis se subducens, non aliter, quām cum ulro cedentem trudimus: itaque in relapsu globi maioris, quem ignis in sublime tulit, prorsus terram feriat, ab aëris percusione hiatum in

lá fieri quidam affuerant. Cùm ergò aér ab illo ictu se subducat, nullam inducet plagam, nullum proinde velocitatis decrementum; non aliter quam si globus per fissuram muri transuolat muro inoffenso. Deinde cùm impulsus continuò augeatur, erit continuó minor resistentia. Respondeo aerem quidem impelli & præcurrere, verùm minori celeritate, quàm ut plagam effugiat à tergo hærentem; major enim globi impetus, quâm ut ab aere fluido recipiatur: unde eadem resistentia in aëre per forando, non minús, quàm si secundo flumine eluctemur motu velociori, quàm sit defluxus; non minor enim difficultas in perrumpendo, quam si in aquà fiat immotà. Deinde licet aér percussus à plagà se subducat & præcurrat, alias tamen in locum plagiæ se infundit non minori vi findendus: neque; enim aér discerpi potest eo modo, quo corpora magis densa, in quibus perruptis corpus magis subtile interceptum viam præstat faciliorem; verùm quacunque; plaga incidit, eadem aëris soliditas perrumpenda. Ad secundam rationem, dico velocitatem motus continuò quidem augeri, ac proinde illam resistentiam medij auctà velocitate faciliùs perrumpi; propterea quod ablata parte æquali major sit excessus reliquus: nego autem à velociori plagiæ minus esse decrementum. An non velociùs vectem deprimunt libræ 10. aut 100, quam libra 1? & tamen granum unum aut

ma pars grani æqualem partem ex hoc, atque, ex illis tollit. Verùm deceptio latet ob exiguitatem decrementi, quemadmodum si ad deprimendum libras 100. unum atque; alterum granum apponas. Quia ergò retardatio motus est à medio, quó medium magis resistit diuisioni, eó minor velocitas motus, major autem excessus tarditatis in minori: propterea quód auctá resistentiá eadem differentia in minori interuallo. E contra minuitur excessus in medio magis raro; itaque; si detur corpus infinitæ raritatis, cuiusmodi vacuum, quia nulla resistentia, nulla quoque; erit inæqualitas motus. Quòd autem à solá resistentiá medij procedat inæqualitas motus, ratio manifesta: idem enim pondus se ipso velocius, atque; cum alio pondere quounque; excessu majori, eádem velocitate descendit, si rationem plagæ & resistentiam medii in illâ



[Figure 37]

proportione minuàs. Sit enim vas plumbeum, aut de aliâ materiâ graui, formâ dimidiæ sphæræ, cujusmodi βγδ

habens cauitatem in parte superiore, & à plagâ auerfa,
centrum verò grauitatis in ne dum labitur se inuertat:
quód si ergo alium globum quocunque; excessu leuio-
rem constitutas in illâ cauitate, eádem cum illo vase ce-
leritate feretur. At verò si inæqualitas motus effet
à grauitate, oporteret illud vas magis ponderofum
præcurrere, globum verò leuiorem attolli, & longo post
tergum interuallo relinqui. Obiicies grauitas est impul-
sus, impulsus verò per Prop: 2. motum producit sibi &
qualem; à majori ergò grauitate major, ac proinde velo-
cior motus: quòd si ergò libra una in quinque; secundis
per spatiū mouet cubitorum 100, mouebit hujus du-
plum in eodem, vel æquali tempore per spatiū duplum.
Deinde plaga inducitur ex motu; non enim manus à la-
pide in èa quiescente, sed ubi iram ex motu concepit, vul-
neratur: at verò majus pondus æquali lapsu magis vulne-
rat, velocior ergo motus. Respondeo grauitatem esse
impulsum, & velocitatem motus in ea ratione, in quā est
grauitas seu impulsus; dupla ergo grauitas in eodem, vel
æquali tempore mouebit per spatiū duplum. At verò
cùm inferunt libras duas Vg: plumbi in duplâ ferri celeri-
tate ad libram unam, falluntur; propterea quòd illa gra-
uitas in alio sit subiecto, cuius partes omnes æquali gra-
uitate mouentur: sicuti enim pars extra totum Vg. libra
una à sua grauitate mouetur cum tantâ velocitate, ita

partes librarum decem, aut centum in toto unitæ eadem velocitate mouentur à suá cuique propria grauitate. Quod si grauitas librarum decem constituantur in subiecto unus libræ, tum verò decupla velocitate mouebitur illud subiectum. Nisi ergo grauitas magis sit intensa, nihil proficiet ad velocitatem augendam illorum moles.

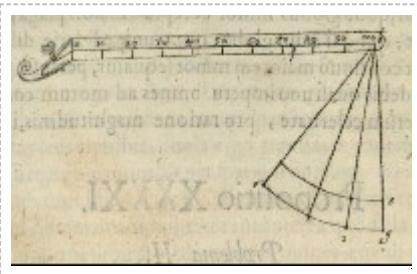
Quod autem maior grauitas plagam inducat maiorem, ut si libræ decem percutiant libram unam, huius ratio est, quia totidem fiunt plagiæ, quot in maiori continentur partes æquales: quemadmodum si decem ictus simul inferantur, aut si priusquam vis emoriatur prioris plagiæ, reliquæ sequantur. Impulsus ergo in illo subiecto minori à maiori percusso magis est intensus. Atque inde fit, quod globus minor accepta à maiori plaga præcurrat; quod si enim globos quotcunque eà serie disponas, ut continuò maiorem minor sequatur, percusso primo videbis quasi uno impetu omnes ad motum concitari, verùm celeritate, pro ratione magnitudinis, inæquali.

Propositio XXXXI.

Problema II.

Regulam construere ad celeritatem & tarditatem pulsuum absque; errore metiendam.

REgula hæc nullo apparatu, sed. hac arte simplici
confit siue ex ligno, siue ex qualibet aliâ materia. Hu-
ius longitudo ab unius cubiti, aut ad placitum: quó enim
maior, eò plures differentias tarditatis indicabit: nam
ad velocitatem summam indicandam quælibet magni-
tudo sufficit. Latitudo verò, quæ cordam seu filum ca-
piat cum numerorum notis eidem adscriptis. Filum
porro eo modo, quo fidibus aptatur; parte superiore
trochleâ versatili conuolutum, parte verò inferiore fora
mine transmissum, globulum habens dependentem, qui
eidem rectitudinem præstat & pondus. Tota longitu-
do regulæ, quæ continetur inter foramen & trochleam,
æqualiter fecetur in partes quotlibet Vg. 60, aut 100.



[Figure 38]

quas trochleà laxatâ nodulus q, globulo interea

dente, percurrit, suoque contactu quot ejusmodi segmen-
ta contineat longitudo ejusdem fili cum suo globulo à
foramine penduli, ostendit. Cùm ergo per dictum in-
strumentum pulsus celeritatem indagare voles, trochle-
am versando filum eò usque; laxa, dum globulus in e Vg.
aut g descendat: quom ex g, in quo naturaliter à motu
quiescit, in l vel o dimotum inde recurrere finas; in-
terea, dum globulus per arcum cd ultra citraque g excurrit,
pluresque; recursus facit, agitationem quidem arteriæ ma-
nu, motum verò perpendiculari visu explora, atque; unum
alteri compara. Quód si tardior arteriæ motus, perpen-
diculum trochlea laxata producas, si celerior contrahas
Æquato demum utriusque; motu, quænam sit celeritatis
ratio, ex numerorum diuisione, quem nodulus cum filo
depressus indicabit, facilè cognoscet. Quin & quamli-
bet mutationem ad singula momenta ex collatione ad
huiusmodi numeros factâ conijcies. Vbi ergo mensu-
ram pulsus quam maximè naturalis hac viâ deprehen-
des: diuisionis interuallum, quod nodulus indicabit,
diligenter nota; ad cuius motum reliquos pulsus com-
parando illorum excessus &, defectus facilè obtinebis.
Porro huiusmodi regulam celeritatem & tarditatem pul-
suum absque; errore meti i, hac viâ ostendemus. Pulsus in-
ter se aut sunt æquales, quorum eadem est velocitas mo-
tus, atque isdem fiunt momentis: aut inæquales,

ritate & tarditate à se differentes, quorum inæqualia sunt
durationis momenta. Quia ergo motus perpendiculi
est illorum mensura; erit quidem æqualium pulsuum æ-
qualis, inæqualium verò inæqualis in ea ratione, in quâ
velocitas pulsuum. At verò recursus & excursus perpen-
diculi ex eadem productione inter se sunt æquales: pro-
pterea quod perpendiculum ex quolibet puncto eiusdem
circuli æquali tempore recurrat in suam stationem per
Prop: 24. sunt autem excursus quoque; inter se æquales per
Prop: 25. excursus ergo & recursus in unâ circulatione
similiter sumpti sunt æquales excursibus & recursibus o-
mnium circulationum simil quoque; sumptis: & quia uni
æqualium pulsuum circulatio assumpta est æqualis, e-
runt reliquæ circulationes reliquis pulsibus æquales.
Motus ergo perpendiculi ex eâdem productione fili-
metur pulsus inter se æquales. Quia verò motus per-
pendiculi per arcus similares inæqualium circulorum ra-
tionem habent ad se quam sinus illorum arcuum, hoc est
lineæ subtensæ arcus dupli, per Prop: 25. ac proinde
quam habent motus per diametrum illorum circulo-
rum per Prop: 15. motus autem per diametrum se habent
ut quadrata temporum per Prop: 12. Si sumatur radix
quadrata illius proportionis, quam habent diametri ad
se, erunt in eadem ratione tempora motus, in quâ radices
quadratae: ut si diameter maioris circuli ad diametrum

minoris circuli sit quadrupla, huius radix quadrata, duo, dabit tempus in ratione duplá: si ergo motus per diametrum minoris circuli sit unius minutus, erit motus majoris diametri duorum minutorum. Sunt autem productiones filii semidiametri illorum circulorum, in quibus perpendiculum mouetur, æquales diuisionum interuallis, quæ globulus in productione filii percurrit: eadem ergo proportio interualli, quæ motus illorum circulorum. Quia ergo motus inæqualium circulorum metiuntur pulsus inæquales, eosdem metientur diuisionum interualla: ac proinde regulam construximus ad velocitatem & tarditatem pulsum absque errore metiendam, quod erat faciendum.

Parergon.

Problema.

Horologium construere, quod suo motu tempus numeret diuisum in partes minores, quam tertias unius secundi.

QVanti usus & utilitatis sit tempus in quam minimas partes diuisum posse numerare, norunt Astronomi, & ex conatibus Tychonis Brahe satis constat; qui ad huiusmodi horologia fabricanda nihil intentatum reliquit: quam uis huius votum non nisi ad secunda numeranda

le extendit. Aliquid amplius damus: & non modò secunda, verum etiam huius triente minorem partem numerabimus. Horologium autem hoc nullis rotulis circumagit, nullis ponderibus libratur; verum suam naturam grauitate, à qua nusquam aberrat, ad normam prescriptam agitatur: illud inquam idem, quod ad celeritatem & tarditatem pulsuum metiendam paulo ante construximus. Huius enim pondus à filo pendulum suo motu tempus in quotlibet partes diuisum numerabit. Quod autem hic motus minor esse posset, quam tertia pars unius secundi, ita often demus: agitationes arteriarum, cuiusmodi in me ipso numeraui, spatio unius horae fiunt 4850. motus autem perpendiculi his æquales fiunt à productione filii maiori quam digitorum 5. Quia ergo motus circulorum sunt in ratione suorum temporum, quam habent diametri ad se duplicitam, per Prop: 28. si sumatur pars nona huius productionis pro semidiámetro circuli, erit hic motus triplo velocior illo, ac proinde huius recursus spatio horae unius 14550 multò plures, quam 10800 partes tertiarum unius secundi. Et quia hic motus bifariam fecari potest in excursum & recursum, fient sicut spatio unius horae partes 29100. Horologium ergo construximus, quod suo motu tempus numerat diuisum in partes minores quam tertias unius secundi. Quia tamen hic motus velocissimus ob paruitatem circelli

nùs est diuturnus, sufficiet filum producere, quo usque; motus perpendiculi sit æqualis uni secundo. Quod quidem hac ratione consequemur: sumatur quæcunque; productio fili, aliquantò tamen longior, quò minùs citò à motu conquiescat: numerenturque; huius excursus per spatum unius horæ quadrantis, & sint Vg. 300. eruntque; spatio horæ unius 1200. Quòd si ergò fiat ut quadratum temporis, nimirum trium secundorum, idest 9 ad 1, ita longitudo fili ad minorem, erit hujus motus æqualis uni secundo.

[Errata not transcribed.]

PRAGÆ.

Typis Ioannis Bilinæ.

Anno

M. DC. XXXIX:

