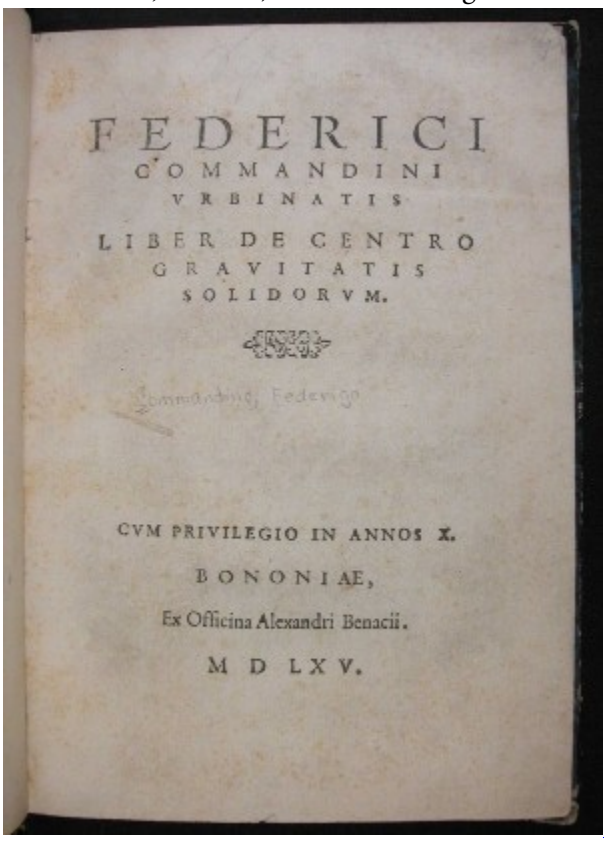
Commandino, Federico, Liber de centro gravitatis solidorum, 1565



FEDERICI
COMMANDINI
VRBINATIS
LIBER DE CENTRO
GRAVITATIS
SOLIDORVM.

CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.
BONONIAE,
Ex Officina Alexandri Benacii.
M D LXV.

Bibliographic information

Author: Commandino, Federico
Title: Liber de centro gravitatis solidorum
Date: 1565

Permanent URL

Document ID: MPIWG:7W21UZ74
Permanent URL: http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/MPIWG:7W21UZ74

Copyright information

FEDERICI
COMMANDINI
VRBINATIS LIBER DE CENTRO
GRAVITATIS
SOLIDORVM.

[Figure 1]

CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.
BONONIAE,
Ex Officina Alexandri Benacii.
MDLXV.

[Empty page]

ALEXANDRO FARNESIO
CARDINALI AMPLISSIMO.
ET OPTIMO.

Cvm multæ res in mathematicis
diſciplinis nequaquam ſatis ad-
huc explicatæ ſint, tum perdif-
ficilis, & perobſcura quæſtio
eſt de centro grauitatis corpo-
rum ſolidorum; quæ, & ad co-
gnoſcendum pulcherrima eſt,
& ad multa, quæ à mathematicis proponuntur, præ-
clare intelligenda maximum affert adiumentum. de
qua neminem ex mathematicis, neque noſtra, neque
patrum noſtrorum memoria ſcriptum reliquiſſe ſci-
mus. & quamuis in earum monumentis literarum non
nulla reperiantur, ex quibus in hanc ſententiam addu
ci poſſumus, vt exiſtimemus hanc rem ab ijſdem vber-
rime tractatam eſſe; tamen neſcio quo fato adhuc
in eiuſmodi librorum ignoratione verſamur. Archi-
medes quidem mathematicorum princeps in libello,
cuius inſcriptio eſt, κέντρα βάρων ἐπιπέδων, de centro pla-
norum copioſiſsime, atque acutiſsime conſcripſit: &
in eo explicando ſummam ingenii, & ſcientiæ gloriam eſt
conſecutus. Sed de cognitione centri grauitatis corporum
ſolidorum nulla in eius libris litera inuenitur. non mul
tos abhinc annos MARCELLVS II. PONT.

cum adhuc Cardinalis eſſet, mihi, quæ ſua erat humanitas, libros eiuſdem Archimedis de ijs, quæ vehuntur in aqua, latine redditos dono dedit. hos cum ego, ut aliorum ſtudia incitarem, emendandos, & commentariis illuſtrandos ſuſcepiſſem, animaduerti dubi tari non poſſe, quin Archimedes vel de hac materia ſcripſiſſet, vel aliorum mathematicorum ſcripta perlegiſſet. nam in iis tum alia nonnulla, tum maxime illam propoſitionem, ut euidentem, & aliàs probatam aſſumit, Centrum grauitatis in portionibus conoi dis rectanguli axem ita diuidere, vt pars, quæ ad verti cem terminatur, alterius partis, quæ ad baſim dupla ſit. Verum hæc ad eam partem mathematicarum diſciplinarum præcipue refertur, in qua de centro grauitatis corporum ſolidorum tractatur. non eſt au tem conſentaneum Archimedem illum admirabilem virum hanc propoſitionem ſibi argumentis confirmandam exiſtimaturum non fuiſſe, niſi eam vel aliis in locis probauiſſet, vel ab aliis probatam eſſe comperiſſet. quamobrem nequid in iis libris intelligendis deſiderari poſſet, ſtatui hanc etiam partem vel à veteribus prætermiſſam, vel tractatam quidem, ſed in tenebris iacentem, non intactam relinquere; atque ex aſsidua mathematicorum, præſertim Archimedis lectione, quæ mihi in mentem venerunt, ea in medium afferre; ut centri grauitatis corporum ſolidorum, ſi non perfectam, at certe aliquam

tiam haberemus. Quem meum laborem non mathe-
maticis ſolum, verum iis etiam, qui naturæ obſcuri-
tate delectantur, non iniucundam fore ſperaui: multa
enim προβλήματα cognitione digniſsima, quæ ad vtran-
que ſcientiam attinent, ſeſe legentibus obtuliſſent.
neque id vlli mirandum videri debet. vt enim in cor-
poribus noſtris omnia membra, ex quibus certa quæ
dam officia naſcuntur, diuino quodam ordine inter
ſe implicata, & colligata ſunt: in iisque; admirabilis il-
la conſpiratio, quam σύμπνοιαν græci vocant, eluceſcit,
ita tres illæ Philoſophiæ (ut Ariſtotelis verbo vtar)
quæ veritatem ſolam propoſitam habent, licet qui-
buſdam quaſi finibus ſuis regantur: tamen earum vna-
quæque per ſe ipſam quodammodo imperfecta eſt:
neque altera ſine alterius auxilio plene comprehen-
di poteſt. complures præterea mathematicorum no-
di ante hac explicatu difficillimi nullo negotio expe
diti eſſent: atque (ut vno verbo complectar) niſi
mea valde amo, tractationem hanc meam ſtudioſis
non mediocrem vtilitatem, & magnam voluptatem
allaturam eſſe mihi perſuaſi. cum autem ad hoc
ſcribendum aggreſſus eſsem, allatus eſt ad me liber
Franciſci Maurolici Meſſanenſis, in quo vir ille do-
ctiſsimus, & in iis diſciplinis exercitatiſsimus af-
firmabat ſe de centro grauitatis corporum ſolido-
rum conſcripſiſſe. cum hoc intellexiſſem, ſuſtinui
me pauliſper: tacitus que expectaui, dum opus

risſimi uiri, quem ſemper honoris cauſſa nomino, in lucem proferretur: mihi enim exploratisſimum erat: Franciſcum Maurolicum multo doctius, & exquiſitius hoc diſciplinarum genus ſcriptis ſuis tra diturum. ſed cum id tardius fieret, hoc eſt, ut ego interpretor, diligentius, mihi diutius hac ſcriptione non ſuperſedendum eſſe duxi, præſertim cum iam libri Archimedis de iis, quæ uehuntur in aqua, opera mea illuſtrati typis excudendi eſſent. nec me alia cauſ ſa impuliſſet, ut de centro grauitatis corporum ſolidorum ſcriberem, niſi ut hac etiam ratione lux eis quàm maxime fieri poſſet afferretur. atque id eò mihi faciendum exiſtimaui, quòd in ſpem ueniebam fore, ut cum ego ex omnibus mathematicis primus, hanc materiam explicandam ſuſcepiſſem; ſi quid errati for te à me commiſſum eſſet, boni uiri potius id meæ de ſtudioſis hominibus bene merendi cupiditati, quàm arrogantiæ aſcriberent. reſtabat ut conſiderarem, cui potisſimum ex principibus uiris contemplationem hanc, nunc primum memoriæ, ac literis proditam de dicarem. harum mearum cogitationum ſumma facta, exiſtimaui nemini conuenientius de centro graui tatis corporum opus dicari oportere, quàm ALEXANDRO FARNESIO grauisſimo, ac prudentisſimo Cardinali, quo in uiro ſumma fortuna ſemper cum ſumma uirtute certauit. quid enim maxime in te admirati debeant homines, obſcurum eſt; uſum ne

rum, qui pueritiæ tempus extremum principium ha
buiſti, & imperiorum, & ad Reges, & Imperatores ho-
norificentiſsimarum legationum; an excellentiam
in omni genere literarum, qui vix adoleſcentulus, quæ
homines iam confirmata ætate ſummo ſtudio, diu-
turnisque; laboribus didicerunt, ſcientia, & cognitione
comprehendiſti: an conſilium, & ſapientiam in re-
gendis, & gubernandis Ciuitatibus, cuius grauiſsimæ
ſententiæ in ſanctiſsimo Reip. Chriſtianæ conſilio di-
ctæ, potius diuina oracula, quàm ſententiæ habitæ
ſunt, & habentur. prætermitto liberalitatem, & mu-
nificentiam tuam, quam in ſtudioſiſsimo quoque ho
neſtando quotidie magis oſtendis, ne videar auribus
tuis potius, quàm veritati ſeruire. quamuis à te in tot
præclaros viros tanta beneficia collata ſunt, & confe-
runtur, vt omnibus teſtatum ſit, nihil tibi eſſe charius,
nihil iucundius, quàm eximia tua liberalitate homi-
nes ad amplexandam virtutem, licet currentes incita-
re. nihil dico de ceteris virtutibus tuis, quæ tantæ
ſunt, quantæ ne cogitatione quidem comprehendi
poſſunt. Quamobrem hac præcipue de cauſſa te hu-
ius meæ lucubrationis patronum eſſe volui, quam ea,
qua ſoles, humanitate accipies. te enim ſemper ob
diuinas virtutes tuas colui, & obſeruaui: nihilque; mi-
hi fuit optatius; quàm tibi perſpectum eſſe meum
erga te animum; ſingularemque; obſeruantiam. cœ-
lum igitur digito attingam, ſi poſt grauiſsimas

cupationes tuas legendo Federici tui libro aliquid impertiri temporis non grauaberis: cumque; in iis, qui tibi ſemper addicti erunt, numerare. Vale.

Federicus Commandinus.

FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS LIBER DE CENTRO GRAVITATIS SOLIDORVM.

DIFFINITIONES.

1

Centrvm grauitatis, Pappus Alexandrinus in octauo mathematicarum collectionum libro ita diffiniuit.

λέγομεν δὲ κέντρον βάρους ἑκάστου σώματος ἶναι σημεῖον τι κείμενον ἐντός, ἀφ' οὗ κατ' ἐποίνιαν ἀρτνθέν τό βάρος ἡμερεῖ φερόμενον, καὶ φυλάσσει τήν ἐξ ἀρχῆς θέσιν, ὀυ μὴ περιτρεπόμενον ἐν τῆ φορᾶ. hoc eſt,

Dicimus autem centrum grauitatis uniuſcuiuſque corporis punctum quoddam intra poſitum, à quo ſi graue appenſum mente concipiatur, dum fertur quieſcit; & ſeruat eam, quam in principio habebat poſitionem: neque in ipſa latione circumuertitur.

Poſſumus etiam hoc modo diffinire.

Centrum grauitatis uniuſcuiuſque ſolidæ figuræ eſt punctum illud intra poſitum, circa quod undique partes æqualium momentorum conſiſtunt. ſi enim per tale centrum ducatur planum figuram quomodocunque ſecans ſemper in

tes æqueponderantes ipſam diuidet.

2

Priſmatis, cylindri, & portionis cylindri axem appello rectam lineam, quæ oppoſitorum planorum centra grauitatis coniungit.

3

Pyramidis, coni, & portionis coni axem dico li neam, quæ à uertice ad centrum grauitatis baſis perducitur.

4

Si pyramis, conus, portio coni, uel conoidis ſecetur plano baſi æquidiſtante, pars, quæ eſt ad baſim, fruſtum pyramidis, coni, portionis coni, uel conoidis dicetur; quorum plana æquidiſtantia, quæ opponuntur ſimilia ſunt, & inæqualia: axes uero ſunt axium figurarum partes, quæ in ipſis comprehenduntur.

PETITIONES.

1

Solidarum figurarum ſimilium centra grauitatis ſimiliter ſunt poſita.

2

Solidis figuris ſimilibus, & æqualibus inter ſe aptatis, centra quoque grauitatis ipſarum inter ſe aptata erunt.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Omnis figuræ rectilineæ in circulo deſcriptæ, quæ æqualibus lateribus, & angulis contine-

tur, centrum grauitatis eſt idem, quod circuli cen
trum.

Sit primo triangulum æquilaterum abc in circulo de-
ſcriptum: & diuiſa ac bifariam in d, ducatur bd. erit in li-
nea bd centrum grauitatis trianguli abc, ex tertia decima
primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum. Et

[Figure 2]

quoniam linea ab eſt æqualis
lineæ bc; & ad ipſi dc; eſtque;
bd utrique communis: trian-
gulum abd æquale erit trian
gulo cbd: & anguli angulis æ-
quales, qui æqualibus lateri-

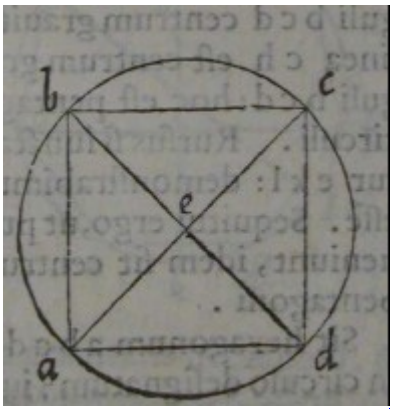
bus ſubtenduntur. ergo angu
li ad d utrique recti ſunt. quòd
cum linea bd ſecet ae bifa-

riam, & ad angulos rectos; in
ipſa bd eſt centrum circuli.
quare in eadem bd linea erit
centrum grauitatis trianguli, & circuli centrum. Similiter
diuiſa ab bifariam in e, & ducta ce, oſtendetur in ipſa utrum
que centrum contineri. ergo ea erunt in puncto, in quo li-
neæ bd, ce conueniunt. trianguli igitur abc centrum gra
uitatis eſt idem, quod circuli centrum.

8. primi.

13. primi.

corol. pri
mæ tertii



[Figure 3]

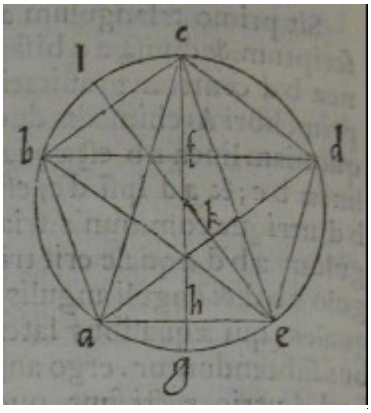
Sit quadratum abcd in circulo deſcriptum: & ducantur ac, bd, quæ conueniant in e. ergo punctum e eſt centrum gra uitatis quadrati, ex decima eiuſ dem libri Archimedis. Sed cum omnes anguli ad abcd recti

ſint; erit abc ſemicirculus: itemque; bcd: & propterea lineæ ac, bd diametri circuli:

quæ quidem in centro conueniunt. idem igitur eſt centrum grauitatis quadrati, & circuli centrum.

31. tertii.

Sit pentagonum æquilaterum, & æquiangulum in circu-



[Figure 4]

lo deſcriptum abcd e. & iuncta bd, bifariamque; in f diuiſa, ducatur cf, & producatur ad circuli circumferentiam in g; quæ lineam ae in h ſecet: deinde iungantur ac, cc. Eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus angulum bcf æqualem eſſe. angulo dcf; & angulos ad f utroſque rectos: & idcirco lineam cfg per circuli centrum tranſire. Quoniam igitur latera cb, ba, & cd, de æqualia ſunt; & æquales anguli

cba, cde: erit baſis ca baſi: ce, & angulus bca angulo dce æqualis. ergo & reliquus ach, reliquo ech. eſt autem ch utrique triangulo ach, ech communis. quare baſis ah æqualis eſt baſi hc: & anguli, qui ad h recti: ſuntque;

recti, qui ad f. ergo lineæ ae, bd inter ſe ſe æquidiſtant. Itaque cum trapezij abde latera bd, ae æquidiſtantia à linea fh bifariam diuidantur; centrum grauitatis ipſius erit

in linea fh, ex ultima eiuſdem libri Archimedis. Sed trianguli bcd centrum grauitatis eſt in linea cf. ergo in eadem linea ch eſt centrum grauitatis trapezij abde, & trianguli bcd: hoc eſt pentagoni ipſius centrum: & centrum circuli. Rurſus ſi iuncta ad, bifariamque; ſecta in k, ducatur ekl: demonſtrabimus in ipſa utrumque centrum in

eſſe. Sequitur ergo, ut punctum, in quo lineæ cg, el conueniunt, idem ſit centrum circuli, & centrum grauitatis pentagoni.

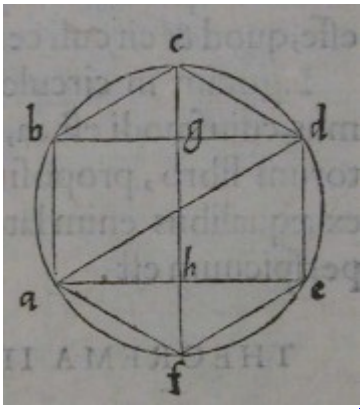
4. Primi.

28. primi.

13. Archimedis.

Sit hexagonum abcdef æquilaterum, & æquiangulum in circulo deſignatum: iunganturque; bd, ae: & bifariam

cta bd in g puncto, ducatur cg; & protrahatur ad circuli uſque circumferentiam; quæ ſecet ae in h. Similiter conclu demus cg per centrum circuli tranſire: & bifariam ſecate lineam ae; itemque; lineas bd, ae inter ſe æquidiſtantes eſſe. Cum igitur cg per centrum circuli tranſeat; & ad punctum f perueniat neceſſe eſt: quòd cdef ſit dimidium circumfe

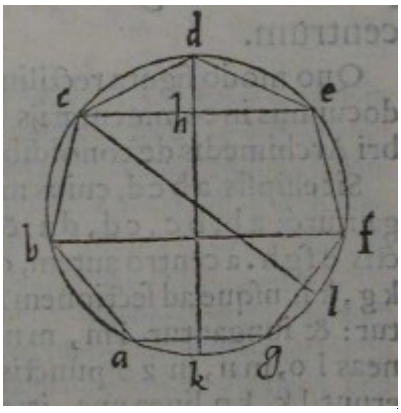


[Figure 5]

rentiæ circuli. Quare in eadem diametro cf erunt centra gra uitatis triangulorum bcd, afe, & quadrilateri abde, ex quibus conſtat hexagonum ab cdef. perſpicuum eſt igitur in ipſa cf eſſe circuli centrum, & centrum grauitatis hexagoni. Rurſus ducta altera diametro ad, eiſdem rationibus oſtende- mus in ipſa utrumque centrum ineſſe. Centrum ergo grauita- tis hexagoni, & centrum circuli idem erit.

13 Archi
medis.
9. eiusdem
m

Sit heptagonum abcdefg æquilaterum atque æquian



[Figure 6]

gulum in circulo deſcriptum:
& iungantur ce, bf, ag: di-
uiſa autem ce bifariam in pun
cto h: & iuncta dh producatur in k. non aliter demonſtrabimus in linea dk eſſe centrum circuli, & centrum grauitatis trianguli cde, & trapeziorum bcef, abfg, hoc eſt centrum totius heptagoni: & rurſus eadem centra in alia diametro cl ſimiliter ducta contineri. Quare & centrum grauitatis heptagoni, & centrum circuli in idem punctum conueniunt. Eodem

do in reliquis figuris æquilateris, & æquiangulis, quæ in circulo deſcribuntur, probabimus centrum grauitatis earum, & centrum circuli idem eſſe. quod quidem demonſtrare oportebat.

Ex quibus apparet cuiuslibet figuræ rectilineæ in circulo plane deſcriptæ centrum grauitatis idem eſſe, quod & circuli centrum.

γνωρίμως

Figuram in circulo plane deſcriptam appellamus, cuiuſmodi eſt ea, quæ in duodecimo elementorum libro, propoſitione ſecunda deſcribitur. ex æqualibus enim lateribus, & angulis conſtare perſpicuum eſt.

THEOREMA II, PROPOSITIO II.

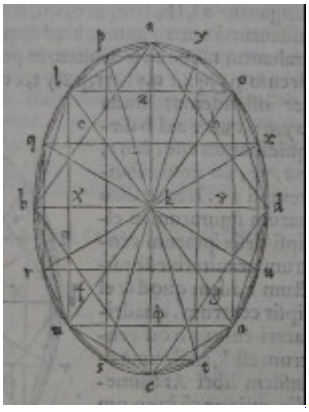
Omnis figuræ rectilineæ in ellipſi plane deſcriptæ centrum grauitatis eſt idem, quod ellipſis centrum.

Quo modo figura rectilinea in ellipſi plane deſcribatur, docuimus in commentarijs in quintam propoſitionem libri Archimedis de conoidibus, & ſphæroidibus.

Sit ellipſis abcd, cuius maior axis ac, minor bd: iunganturque; ab, bc, cd, da: & bifariam diuidantur in punctis efgh. à centro autem, quod ſit k ductæ lineæ ke, kf, kg, kh uſque ad ſectionem in puncta lmno protrahantur: & iungantur lm, mn, no, ol, ita ut ac ſecet lineas lo, mn, in zφ punctis; & bd ſecet lm, on in χψ. erunt lk, kn linea una, itemque linea una ipſæ mk, ko: & lineæ ba, cd æquidiſtabunt lineæ mo: & bc, ad ipſi ln. rurſus lo, mn axi bd æquidiſtabunt: & lm,

on ipſi ac. Quoniam enim triangulorum abk, adk, latus
bk eſt æquale lateri kd, & ak utrique commune; angulique;

ad k recti. baſis ab baſi ad; & reliqui anguli reliquis an-
gulis æquales erunt. eadem quoque ratione oſtendetur bc



[Figure 7]

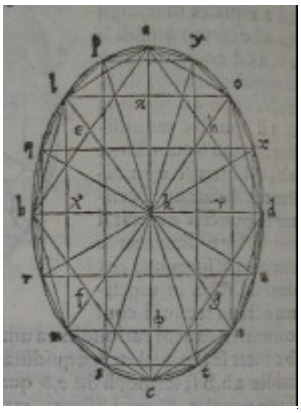
æqualis cd; & ab ipſi
bc. quare omnes ab,
bc, cd, da ſunt æqua-
les. & quoniam anguli
ad a æquales ſunt angu
lis ad c; erunt anguli b
ac, acd coalterni inter
ſe æquales; itemque; dac,
acb. ergo cd ipſi ba;
& ad ipſi bc æquidi-
ſtat. At uero cum lineæ
ab, cd inter ſe æquidi-
ſtantes bifariam ſecen-
tur in punctis eg; erit li
nea lekgn diameter ſe
ctionis, & linea una, ex
demonſtratis in uigeſi-
maoctaua ſecundi coni
corum. Et eadem ratione linea una mfkho. Sunt autem ad,
bc inter ſe ſe æquales, & æquidiſtantes. quare & earum di-

midiæ ah, bf; itemque; hd, fe; & quæ ipſas coniungunt rectæ
lineæ æquales, & æquidiſtantes erunt. æquidiſtant igitur ba,
cd diametro mo: & pariter ad, bc ipſi ln æquidiſtare o-
ſtendemus. Si igitur manente diametro ac intelligatur abc
portio ellipſis ad portionem adc moueri, cum primum b
applicuerit ad d, congruet tota portio toti portioni, lineaque;
ba lineæ ad; & bc ipſi cd congruet: punctum uero e ca-
det in h; f in g: & linea ke in lineam kh: & kf in kg. qua

re & el in ho, et fm in gn. At ipſa lz in zo; et mφ in φn
cadet. congruet igitur triangulum lkz triangulo okz: et

triangulum mkφ triangulo nkφ. ergo anguli lzk, ozk, m φ k, nφk æquales ſunt, ac recti. quòd cum etiam recti

ſint, qui ad k; æquidiſtabunt lineæ lo, mn axi bd. & ita demonſtrabuntur lm, on ipſi ac æquidiſtare. Rurſus ſi iungantur al, lb, bm, mc, cn, nd, do, oa: & bifariam di uidantur: à centro autem k ad diuiſiones ductæ lineæ pro- trahantur uſque ad ſectionem in puncta pqrstuxy: & po ſtremo py, qx, ru, st, qr, ps, yt, xu coniungantur. Simili-



[Figure 8]

ter oſtendemus lineas py, qx, ru, st axi bd æ- quidiſtantes eſſe: & qr, ps, yt, xu æquidiſtan- tes ipſi ac. Itaque dico harum figurarum in el- lipſi deſcriptarum cen- trum grauitatis eſſe pun- ctum k, idem quod & el lipſis centrum. quadri- lateri enim abcd cen- trum eſt k, ex decima e- iuſdem libri Archime- dis, quippe cum in eo om nes diametri conueniant. Sed in figura albmcn

do, quoniam trianguli alb centrum grauitatis

eſt in linea le: trapezijque; abmo centrum in linea ek: trape zij omcd in kg: & trianguli cnd in ipſa gn: erit magnitu dinis ex his omnibus conſtantis, uidelicet totius figuræ cen trum grauitatis in linea ln: & ob eandem cauſſam in linea om. eſt enim trianguli aod centrum in linea oh: trapezij

alnd in hk: trapezij lbcn in kf: & trianguli bmc in fm.
cum ergo figuræ albmcndo centrum grauitatis ſit in li-
nea ln, & in linea om; erit centrum ipſius punctum k, in

quo ſcilicet ln, om conueniunt. Poſtremo in figura aplqbrmsctnudxoy centrum grauitatis trian guli pay, & trapezii ploy eſt in linea az: trapeziorum uero lqxo, qbdx centrum eſt in linea zk: & trapeziorum brud, rmnu in kφ· & denique trapezii mstn; & triangu li sct in φc. quare magnitudinis ex his compoſitæ centrum in linea ac conſiſtit. Rurſus trianguli qbr, & trapezii ql mr centrum eſt in linea bχ. trapeziorum lpsm, pacs, aytc, yont in linea χφ· trapeziique oxun, & trianguli xdu centrum in ↓d. totius ergo magnitudinis centrum eſt in linea bd. ex quo ſequitur, centrum grauitatis figuræ aplqbrmsctnudxoy eſſe punctum K, lineis ſcilicet ac, bd commune, quæ omnia demonſtrare oportebat.

8. primi

33. primi

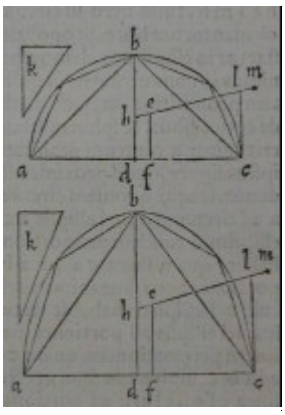
28. primi.

13. Archi
medis.

Vltima.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Cuiuslibet portio-
nis circuli, & ellipſis,
quæ dimidia non ſit
maior, centrum graui
tatis in portionis dia-
metro conſiſtit.



[Figure 9]

HOC eodem prorſus
modo demonſtrabitur,
quo in libro de centro gra

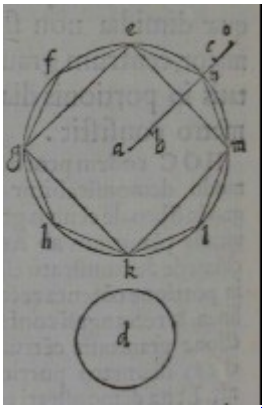
uitatis planorum ab Ar-
chimede demonſtratum eſt,
in portione contenta recta
linea, & rectanguli coni ſe
ctione grauitatis centrum
eſſe in diametro portio-
nis. Et ita demonſtrari po

teſt in portione, quæ recta linea & obtuſianguli coni ſectione, ſeu hyperbola continetur.

THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

IN circulo & ellipſi idem eſt figuræ & grauitatis centrum.

SIT circulus, uel ellipſis, cuius centrum a. Dico a grauitatis quoque centrum eſſe. Si enim fieri poteſt, ſit b centrum grauitatis: & iuncta ab extra figuram in c produca tur: quam uero proportionem habet linea ca ad ab, habeat circulus a ad alium circulum, in quo d; uel ellipſis ad aliam ellipſim: & in circulo, uel ellipſi figura rectilinea plane deſcribatur adco, ut tandem relinquantur portiones quædam minores circulo, uel ellipſi d; quæ figura ſit abcefg hklmn. Illud uero in circulo fieri poſſe ex duodecimo elementorum libro, propoſitione ſecunda manifeſte con-

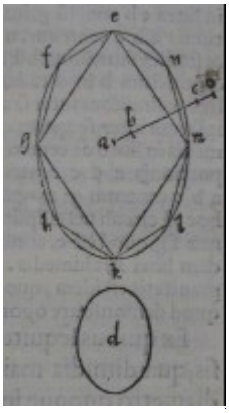


[Figure 10]

ſtat; at in ellipſi nos demonſtrauimus in commentariis in quintam propoſitionem Archimedis de conoidibus, & ſphæroidibus. erit igitur a centrum grauitatis ipſius figuræ, quod proxime oſten dimus. Itaque quoniam circulus a ad circulum d, uel ellipſis a ad ellipſim d eandem proportionem habet, quam linea ca ad ab: portiones uero ſunt minores cir

culo uel ellipſi d: habebit circulus, uel ellipſis ad portiones maiorem proportionem, quàm ca

ad ab: & diuidendo figura recti-
linea abcefghklmn ad portiones



[Figure 11]

habebit maiorem proportionem, quam cb ad ba. fiat ob ad ba, ut figura rectilinea ad portio- nes. cum igitur à circulo, uel el- lipſi, cuius grauitatis centrum eſt b, auferatur figura rectilinea efghklmn, cuius centrum a; reliquæ magnitudinis ex portio

nibus compoſitæ centrum graui tatis erit in linea ab producta, & in puncto o, extra figuram po ſito. quod quidem fieri nullo mo do poſſe perſpicuum eſt. ſequi- tur ergo, ut circuli & ellipſis cen trum grauitatis ſit punctum a, idem quod figuræ centrum.

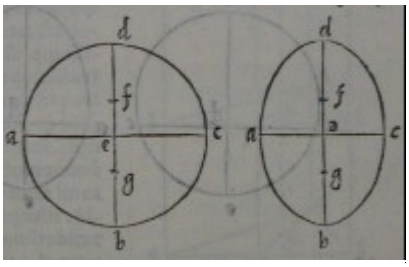
8. quinti

19. quinti apud Cam panum .

8. Archi- medis.

ALITER.

Sit circulus, uel ellipſis abcd, cuius diameter db, & centrum e: ducaturque per e recta li nea ac, ſecans ipſam db ad rectos angulos. erunt adc, abc circuli, uel ellipſis dimidiæ portiones. Itaque quo-

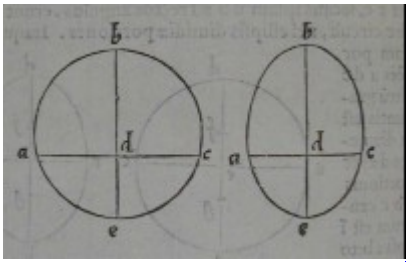


[Figure 12]

niam por
tionis adc
centrum gra-
uitatis eſt
in diame-
tro de: &
portionis
abc cen-
trum eſt im
ipſa eb: to
tius circu
li, uel ellipſis grauitatis centrum erit in diametro db.
Sit autem portionis adc centrum grauitatis f: & ſumatur

in linea eb punctum g, ita ut ſit ge æqualis ef. erit g portionis abc centrum. nam ſi hæ portiones, quæ æquales & ſimiles ſunt, inter ſe ſe aptentur, ita ut be cadat in de, & punctum b in d cadet, & g in f: figuris autem æqualibus, & ſimilibus inter ſe aptatis, centra quoque grauitatis ipſarum inter ſe aptata erunt, ex quinta petitione Archimedis in libro de centro grauitatis planorum. Quare cum portionis adc centrum grauitatis ſit f: & portionis abc centrum g: magnitudinis; quæ ex utriſque efficitur: hoc eſt circuli uel ellipſis grauitatis centrum in medio lineæ fg, quod eſt e, conſiſtet, ex quarta propoſitione eiuſdem libri Archimedis. ergo circuli, uel ellipſis centrum grauitatis eſt idem, quod figuræ centrum. atque illud eſt, quod demonſtrare oportebat.

Ex quibus ſequitur portionis circuli, uel ellipſis, quæ dimidia maior ſit, centrum grauitatis in diametro quoque ipſius conſiſtere.



[Figure 13]

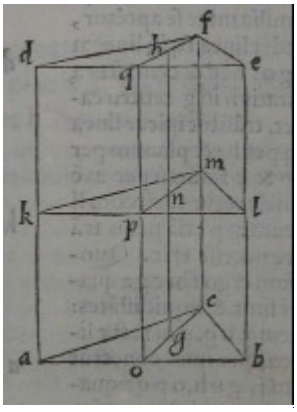
Sit enim maior portio abc, cuius diameter bd, & compleatur circulus, uel ellipſis, ut portio reliqua ſit aec,

metrum habens ed. Quoniam igitur circuli uel ellipſis aecb grauitatis centrum eſt in diametro be, & portionis aec centrum in linea ed: reliquæ portionis, uidelicet abc centrum grauitatis in ipſa bd conſiſtat neceſſe eſt, ex octaua propoſitione eiuſdem.

THEOREMA V. PROPOSITIO V.

SI priſma ſecetur plano oppoſitis planis æqui diſtante, ſectio erit figura æqualis & ſimilis ei, quæ eſt oppoſitorum planorum, centrum graui tatis in axe habens.

Sit priſma, in quo plana oppoſita ſint triangula abc, def; axis gh: & ſecetur plano iam dictis planis æquidiſtan te; quod faciat ſectionem klm; & axi in puncto n occurrat. Dico klm triangulum æquale eſſe, & ſimile triangulis abc def; atque eius grauitatis centrum eſſe punctum n. Quo-



[Figure 14]

niam enim plana abc Klm æquidiſtantia ſecan

tur a plano ae; rectæ lineæ ab, Kl, quæ ſunt ip ſorum communes ſectiones inter ſe ſe æquidiſtant. Sed æquidiſtant ad, be; cum ae ſit para lelogrammum, ex priſmatis diffinitione. ergo & al parallelogrammum erit; & propterea linea

kl, ipſi ab æqualis. Si-

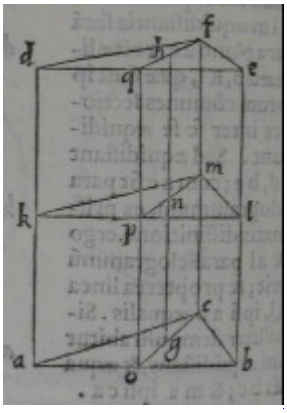
militer demonſtrabitur
lm æquidiſtans, & æqua
lis bc; & mk ipſi ca.

Itaque quoniam duæ lineæ Kl, lm ſe ſe tangentes, duabus lineis ſe ſe tangentibus ab, bc æquidiſtant; nec ſunt in e odem plano: angulus klm æqualis eſt angulo abc: & ita an

gulus lmk, angulo bca, & mkl ipſi cab æqualis probabi tur. triangulum ergo klm eſt æquale, & ſimile triangulo abc. quare & triangulo def. Ducatur linea cgo, & per ip ſam, & per cf ducatur planum ſecans priſma; cuius & paral lelogrammi ae communis ſectio ſit opq. tranſibit linea fq per h, & mp per n. nam cum plana æquidiſtantia ſecen tur à plano cq, communes eorum ſectiones cgo, mp, fq ſibi ipſis æquidiſtabunt. Sed & æquidiſtant ab, kl, de. an-

guli ergo aoc, kpm, dqf inter ſe æquales ſunt: & ſunt æquales qui ad puncta akd conſtituuntur. quare & reliqui reliquis æquales; & triangula aco, Kmp, dfq inter ſe ſimi

lia erunt. Vt igitur ca ad ao, ita fd ad dq: & permutando ut ca ad fd, ita ao ad dq. eſt autem ca æqualis fd. ergo & ao ipſi dq. eadem quoque ratione & ao ipſi Kp æqualis demonſtrabitur. Itaque ſi triangula, abc, def æqualia &



[Figure 15]

ſimilia inter ſe aptentur, cadet linea fq in lineam

cgo. Sed & centrum gra uitatis h in g centrum ca- det. tranſibit igitur linea fq per h: & planum per co & cf ductum per axem gh ducetur: idcircoque li neam mp etiam per n tran ſire neceſſe erit. Quo- niam ergo fh, cg æqua- les ſunt, & æquidiſtantes:

itemque hq, go; rectæ li-
neæ, quæ ipſas connectunt
cmf, gnh, opq æqua-
les æquidiſtantes erunt.

æquidiſtant autem cgo, mnp. ergo parallelogramma ſunt on, gm, & linea mn æqualis cg; & np ipſi go. aptatis igitur klm, abc triangulis, quæ æqualia & ſimilia sunt; linea mp in co, & punctum n in g cadet. Quòd cum g ſit centrum grauitatis trianguli abc, & n trianguli klm grauitatis centrum erit id, quod demonſtrandum relinquebatur. Simili ratione idem contingere demonſtrabimus in aliis priſmatibus, ſiue quadrilatera, ſiue plurilatera habeant plana, quæ opponuntur.

16. undecimi

34. primi

10. unde cimi

10. undecimi

4. ſexti

per 5. petitionem Archimedis.

COROLLARIVM.

Ex iam demonſtratis perſpicue apparet, cuius libet priſmatis axem, parallelogrammorum lateribus, quæ ab oppoſitis planis ducuntur æquidiſtare.

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

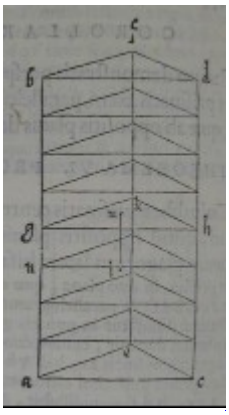
Cuiuslibet priſmatis centrum grauitatis eſt in plano, quod oppoſitis planis æquidiſtans, reliquorum planorum latera bifariam diuidit.

Sit priſma, in quo plana, quæ opponuntur ſint triangula ace, bdf: & parallelogrammorum latera ab, cd, ef bifariam diuidantur in punctis ghk: per diuiſiones autem planum ducatur; cuius ſectio figura ghK. erit linea gh æquidiſtans lineis ac, bd & hk ipſis ce, df. quare ex decimaquinta undecimi elementorum, planum illud planis ace, bdf æquidiſtabit, & faciet ſectionem figuram ipſis æqualem, & ſimilem, ut proxime demonſtra-

uimus. Dico centrum grauitatis priſmatis eſſe in plano ghk. Si enim fieri poteſt, ſit eius centrum l: & ducatur lm uſque ad planum ghk, quæ ipſi ab æquidiſtet.

ergo linea ag continenter in duas partes æquales diui-
ſa, relinquetur tandem pars aliqua ng, quæ minor erit lm.
Vtraque uero linearum ag, gb diuidatur in partes æqua-
les ipſi ng: & per puncta diuiſionum plana oppoſitis pla-

nis æquidiſtantia ducantur. erunt ſectiones figuræ æqua-
les, ac ſimiles ipſis ace, bdf: & totum priſma diuiſum erit
in priſmata æqualia, & ſimilia: quæ cum inter ſe congruant;
& grauitatis centra ſibi ipſis congruentia, reſpondentiaque

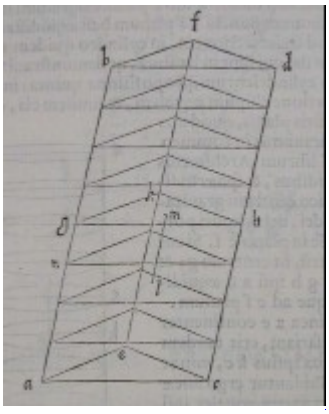


[Figure 16]

habebunt. Itaque
ſunt magnitudi-
nes quædam æqua-
les ipſi nh, & nu-
mero pares, qua-
rum centra gra-
uitatis in eadem re
cta linea conſti-
tuuntur: duæ ue-
ro mediæ æqua-
les ſunt: & quæ ex
utraque parte i-
pſarum ſimili-
ter æquales: & æ-
quales rectæ li-
neæ, quæ inter
grauitatis centra
interiiciuntur.
quare ex corolla-
rio quintæ pro-
poſitionis primi
libri Archimedis
de centro graui-

tatis planorum; magnitudinis ex his omnibus compoſitæ centrum grauitatis eſt in medio lineæ, quæ magnitudinum mediarum centra coniungit. at qui non ita res

bet, ſi quidem l extra medias magnitudines poſitum eſt. Conſtat igitur centrum grauitatis priſmatis eſſe in plano



[Figure 17]

ghk, quod nos demonſtrandum propoſuimus. At ſi oppoſita plana in priſmate ſint quadrilatera, uel plurilatera, eadem erit in omnibus demonſtratio.

33. primi

5. huius

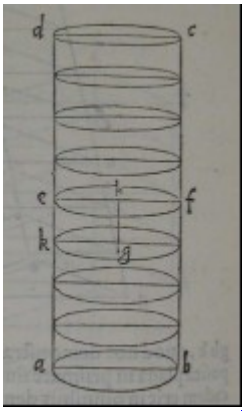
1. decimi

5 huius

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

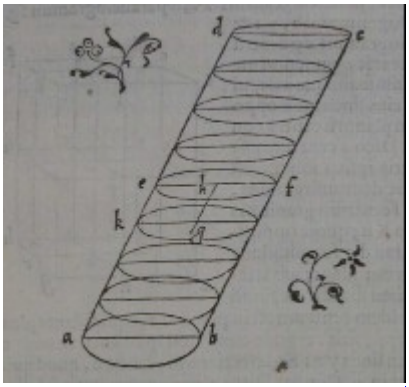
Cuiuslibet cylindri, & cuiuslibet cylindri portionis centrum grauitatis eſt in plano, quod baſibus æquidiſtans, parallelogrammi per axem latera bifariam ſecat.

SIT cylindrus, uel cylindri portio ac: & plano per axem ducto ſecetur; cuius ſectio ſit parallelogrammum ab cd: & bifariam diuiſis ad, bc parallelogrammi lateribus, per diuiſionum puncta ef planum baſi æquidiſtans ducatur; quod faciet ſectionem, in cylindro quidem circulum æqualem iis, qui ſunt in baſibus, ut demonſtrauit Serenus in libro cylindricorum, propoſitione quinta: in cylindri uero portione ellipſim æqualem, & ſimilem eis, quæ ſunt



[Figure 18]

in oppoſitis planis, quod nos demonſtrauimus in commentariis in librum Archimedis de conoidibus, & ſphæroidibus. Dico centrum grauitatis cylindri, uel cylindri portionis eſſe in plano ef. Si enim fieri poteſt, ſit centrum g: & ducatur gh ipſi ad æquidiſtans, uſque ad ef planum. Itaque linea ae continenter diuiſa bifariam, erit tandem pars aliqua ipſius ke, minor gh. Diuidantur ergo lineæ ae, ed in partes æquales ipſi ke: & per diuiſiones plana baſibus æquidiſtantia ducantur. erunt iam ſectiones, figuræ æquales, & ſimiles eis, quæ ſunt in baſibus: atque erit cylindrus in cylindros diuiſus: & cylindri portio in portiones æquales, & ſimiles ipſi kf. reliqua ſimiliter, ut ſuperius in priſmate concludentur.



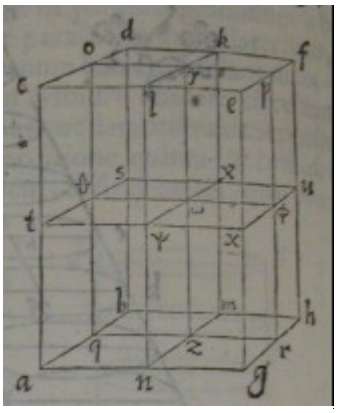
[Figure 19]

THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

Cuiuslibet priſmatis, & cuiuslibet cylindri, uel cylindri portionis grauitatis centrum in medio ipſius axis conſiſtit.

Sit primum af priſma æquidiſtantibus planis contentum, quod ſolidum parallelepipedum appellatur: & oppoſitorum planorum cf, ah, da, fg latera bifariam diuidantur in punctis klmnopqrstux: & per diuiſiones ducantur plana kn, or, sx. communes autem eorum planorum ſectiones ſint lineæ yz, $\theta\varphi$, $\chi\psi$· quæ in puncto ω conueniant. erit ex decima eiuſdem libri Archimedis parallelogrammi cf centrum grauitatis punctum y; parallelogrammi ah

centrum z: parallelogrammi ad, $\theta\cdot$ parallelogrammi fg, $\varphi\cdot$



[Figure 20]

parallelogrammi dh, $\chi\cdot$ & parallelogrammi cg centrum $\psi\cdot$ atque erit ω punctum me dium uniuſcuiuſque axis, ui delicet eius lineæ quæ oppo ſitorum planorum centra con iungit. Dico ω centrum eſſe grauitatis ipſius ſolidi. eſt

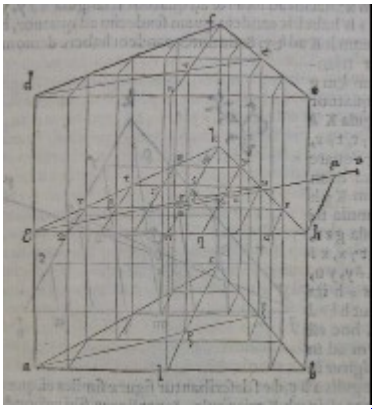
enim, ut demonſtrauimus, ſolidi af centrum grauitatis in plano Kn; quod oppoſi- tis planis ad, gf æquidiſtans reliquorum planorum late- ra bifariam diuidit: & ſimili ratione idem centrum eſt in plano or, æquidiſtante planis ae, bf oppoſitis. ergo in communi ipſorum ſectione: ui- delicet in linea yz. Sed eſt etiam in plano tu, quod quidem yz ſecatin ω. Conſtat igitur centrum grauitatis ſolidi eſſe punctum ω, medium ſcilicet axium, hoc eſt linearum, quæ planorum oppoſitorum centra coniungunt.

6 huius

Sit aliud prima af; & in eo plana, quæ opponuntur, tri- angula abc, def: diuiſisque bifariam parallelogrammorum lateribus ad, be, cf in punctis ghk, per diuiſiones planum ducatur, quod oppoſitis planis æquidiſtans faciet ſectionem triangulum ghx æquale, & ſimile ipſis abc, def. Rurſus diuidatur ab bifariam in l: & iuncta cl per ipſam, & per cKf planum ducatur priſma ſecans, cuius, & parallelogram mi ae communis ſectio ſit lmn. diuidet punctum m li- neam gh bifariam; & ita n diuidet lineam de: quoniam

triangula acl, gkm, dfn æqualia ſunt, & ſimilia, ut ſupra demonſtrauimus. Iam ex iis, quæ tradita ſunt, conſtat cen trum grauitatis priſmatis in plano ghk contineri. Dico ipſum eſſe in linea km. Si enim fieri poteſt, ſit o centrum;

& per o ducatur op ad km ipſi hg æquidiſtans. Itaque li nea hm bifariam uſque eò diuidatur, quoad reliqua ſit pars quædam qm, minor op. deinde hm, mg diuidantur in partes æquales ipſi mq: & per diuiſiones lineæ ipſi mK æquidiſtantes ducantur. puncta uero, in quibus hæ triangulorum latera ſecant, coniungantur ductis lineis rs, tu,



[Figure 21]

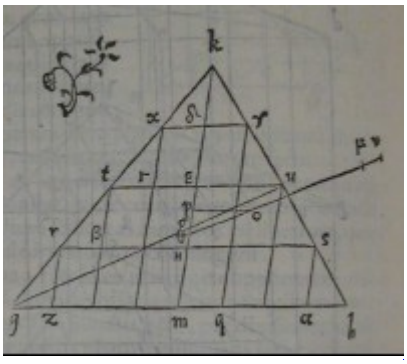
xy; quæ baſi gh æquidiſtabunt. Quoniam enim lineæ gz, hα ſunt æquales: itemque æquales gm, mh: ut mg ad gz, ita erit mh, ad hα· & diuidendo, ut mz ad zg, ita mα ad

αh. Sed ut mz ad zg, ita kr ad rg: & ut mα ad αh, ita ks ad sh. quare ut kr ad rg, ita ks ad sh. æquidiſtant igitur

inter ſe ſe rs, gh. eadem quoque ratione demonſtrabimus

tu, xy ipſi gh æquidiſtare. Et quoniam triangula, quæ fiunt à lineis Ky, yu, us, sh æqualia ſunt inter ſe, & ſimilia

triangulo Kmh: habebit triangulum Kmh ad triangulum Kδy duplam proportionem eius, quæ eſt lineæ kh ad Ky. ſed Kh poſita eſt quadrupla ipſius ky. ergo triangulum kmh ad triangulum Kδy eandem proportionem habebit, quam ſexdecim ad unum: & ad quatuor triangula kδy, yu, us, sαh habebit eandem, quam ſexdecim ad quatuor, hoc eſt quam hK ad ky: & ſimiliter eandem habere demonſtra



[Figure 22]

bitur trian-
gulum kmg
ad quatuor
triangula Kδ
x, xγt, tβr,

rzg. quare
totum trian
gulum Kgh
ad omnia tri
angula gzr,
rβt, tγx, xδ
K, Kδy, yu,
us, sαh ita
erit, ut hk ad
ky, hoc eſt
ut hm ad m
q. Si igitur in
triangulis abc, def deſcribantur figuræ ſimiles ei, quæ de-
ſcripta eſt in ghK triangulo: & per lineas ſibi reſponden-
tes plana ducantur: totum priſma af diuiſum erit in tria
ſolida parallelepipeda yγ, uβ, sz, quorum baſes ſunt æqua
les & ſimiles ipſis parallelogrammis y γ,uβ, sz: & in octo
priſmata gzr, rβt, tγx, xδ

K, kϑy, yu, us, sαh: quorum
item baſes æquales, & ſimiles ſunt dictis triangulis; altitu-
do autem in omnibus, totius priſmatis altitudini

Itaque ſolidi parallelepipedi yγ centrum grauitatis eſt in linea δε· ſolidi uβ centrum eſt in linea εη· & ſolidi sz in li nea ηm, quæ quidem lineæ axes ſunt, cum planorum oppo ſitorum centra coniungant. ergo magnitudinis ex his ſoli dis compoſitæ centrum grauitatis eſt in linea δm, quod ſit θ; & iuncta θo producatur: à puncto autem h ducatur hα ipſi mk æquidiſtans, quæ cum θo in μ conueniat. triangu lum igitur ghk ad omnia triangula gzr, βt, tγx, xδk, kδy, yu, us, sαh eandem habet proportionem, quam hm ad mq ; hoc eſt, quam μθ ad θλ· nam ſi hm, μθ produci in telligantur, quouſque coeant; erit ob linearum qy, mk æ- quidiſtantiam, ut hq ad qm, ita μλ ad ad λθ· & componen do, ut hm ad mq, ita μθ ad θλ. linea uero θo maior eſt,

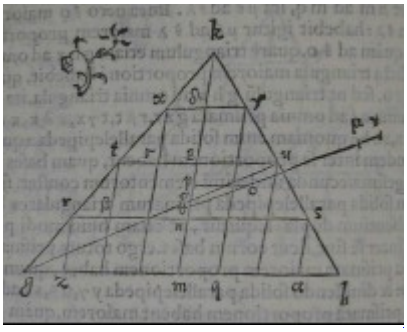
quàm θλ· habebit igitur μθ ad θλ maiorem proportio- nem, quàm ad θo. quare triangulum etiam ghk ad omnia iam dicta triangula maiorem proportionem habebit, quàm μθ ad θo. ſed ut triangulum ghk ad omnia triangula, ita to- tum priſma afad omnia priſmata gzr, rβt, tγx, xδκ, κδ y, yu, us, sαh: quoniam enim ſolida parallelepipeda æque al ta, eandem inter ſe proportionem habent, quam baſes; ut ex trigeſimaſecunda undecimi elementorum conſtat. ſunt

autem ſolida parallelepipeda priſmatum triangulares ba-

ſes habentium dupla: ſequitur, ut etiam huiuſmodi priſ- mata inter ſe ſint, ſicut eorum baſes. ergo totum priſma ad omnia priſmata maiorem proportionem habet, quam μθ

ad θo: & diuidendo ſolida parallelepipeda yγ, uβ, sz ad o- mnia priſmata proportionem habent maiorem, quàm μo ad oθ. fiat νo ad oθ, ut ſolida parallelepipeda y γ, uβ, sz ad omnia priſmata. Itaque cum à priſmate af, cuius centrum grauitatis eſt o, auferatur magnitudo ex ſolidis parallelepi pedis y γ,uβ,sz conſtans: atque ipſius grauitatis centrum ſit θ· reliquæ magnitudinis, quæ ex omnibus priſmatibus conſtat, grauitatis centrum erit in linea θ o producta: & in puncto f, ex octava propoſitione eiusdem libri

medis. ergo punctum ν extra priſma af poſitum, centrum erit magnitudinis compoſitæ ex omnibus priſmatibus gzr, r βt, tγx, xδk, kδ y, yu, us, sαh, quod fieri nullo modo po teſt. eſt enim ex diffinitione centrum grauitatis ſolidæ figu ræ intra ipſam poſitum, non extra. quare relinquitur, ut cen trum grauitatis priſmatis ſit in linea Km. Rurſus bc bifa-riam in diuidatur: & ducta aχ, per ipſam, & per lineam agd planum ducatur; quod priſma ſecet: faciatque in paral lelogrammo bf ſectionem χπ diuidet punctum π lineam quoque cf bifariam: & erit plani eius, & trianguli ghK communis ſectio gu; quòd punctum u in medio lineæ hK



[Figure 23]

poſitum ſit. Similiter demonſtrabimus centrum grauita-tis priſmatis in ipſa gu ineſſe. ſit autem planorum cfnl, adπχ communis ſectio linea ϱστ; quæ quidem priſmatis axis erit, cum tranſeat per centra grauitatis triangulorum abc, ghk def, ex quartadecima eiuſdem. ergo centrum grauitatis priſmatis af eſt punctum ς, centrum ſcilicet

trianguli ghK, & ipſius ϱτ axis medium.

5.huius

2. ſexti.
12 quinti.

2. ſexti.

19. ſexti

2. uel 12.
quinti.

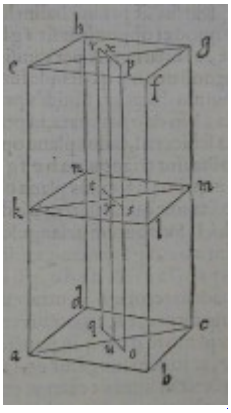
8. quinti.

28. unde
cimi

15. quinti

19. quinti
apud Cam
panum

Sit priſma ag, cuius oppoſita plana ſint quadrilatera abcd, efgh: ſecenturque ac, bf, cg, dh bifariam: & per diuiſiones planum ducatur; quod ſectionem faciat quadrilaterum Klmn. Deinde iuncta ac per lineas ac, ae ducatur planum ſecans priſma, quod ipſum diuidet in duo priſmata triangulares baſes habentia abcefg, adcehg. Sint autem



[Figure 24]

triangulorum abc, efg grauitatis centra op: & triangulorum adc, ehg centra qr: iunganturque op, qr; quæ plano klmn occurrant in punctis st. erit ex iis, quæ demon

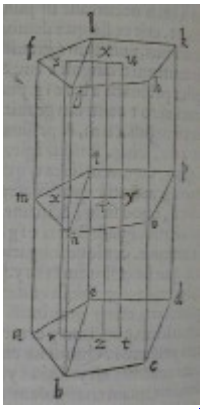
ſtrauimus, punctum s grauita
tis centrum trianguli klm; &
ipſius priſmatis abcefg: pun
ctum uero t centrum grauita
tis trianguli Knm, & priſma-
tis adc, ehg. iunctis igitur
oq, pr, st, erit in linea oq cen
trum grauitatis quadrilateri
abcd, quod ſit u: & in linea
pr centrum quadrilateri efgh
ſit autem x. denique iungatur
u x, quæ ſecet lineam ſ t in y. ſe
cabit enim cum ſint in eodem

plano: atque erit y grauitatis centrum quadrilateri Klmn.
Dico idem punctum y centrum quoque gra uitatis eſſe to-
tius priſmatis. Quoniam enim quadrilateri klmn graui-
tatis centrum eſt y: linea sy ad yt ean dem proportionem
habebit, quam triangulum knm ad triangulum klm, ex 8
Archimedis de centro grauitatis planorum. Vt autem trian
gulum knm ad ipſum klm, hoc eſt ut triangulum adc ad
triangulum abc, æqualia enim ſunt, ita priſma adcehg

ad priſma abcefg. quare linea sy ad yt eandem proportionem habet, quam priſma adcehg ad priſma abcefg. Sed priſmatis abcefg centrum grauitatis eſt s: & priſmatis adcehg centrum t. magnitudinis igitur ex his compo ſitæ hoc eſt totius priſmatis ag centrum grauitatis eſt pun ctum y; medium ſcilicet axis ux, qui oppoſitorum planorum centra coniungit.

5. huius/>

Rurſus ſit priſma baſim habens pentagonum abcde: & quod ei opponitur ſit fghKl: ſecenturque af, bg, ch, dk, el bifariam: & per diuiſiones ducto plano, ſectio ſit pen tagonum mnopq. deinde iuncta eb per lineas le, eb aliud



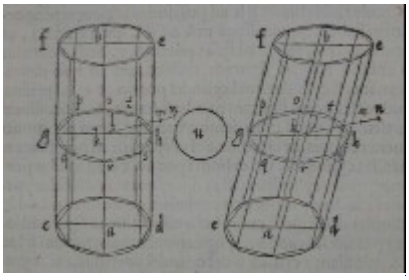
[Figure 25]

planum ducatur, diuidens priſ ma ak in duo priſmata; in priſ ma ſcilicet al, cuius plana oppoſita ſint triangula abe fgl: & in prima bk cuius plana op poſita ſint quadrilatera bcde ghkl. Sint autem triangulorum abe, fgl centra grauita tis puncta r ſ: & bcde, ghkl quadrilaterorum centra tu: iunganturque rs, tu occurrentes plano mnopq in punctis xy. & itidem iungantur rt, ſu, xy. erit in linea rt centrum gra uitatis pentagoni abcde; quod ſit z: & in linea ſu centrum pentagoni fghkl :ſit au tem χ· & ducatur zχ, quæ dicto plano in ↓ occurrat. Itaque punctum x eſt centrum graui tatis trianguli mnq, ac priſ-

matis al: & y grauitatis centrum quadrilateri nopq, ac
priſmatis bk. quare y centrum erit pentagoni mnopq. &

ſimiliter demonſtrabitur totius priſmatis aK grauitatis ef ſe centrum. Simili ratione & in aliis priſmatibus illud idem facile demonſtrabitur. Quo autem pacto in omni figura rectilinea centrum grauitatis inueniatur, docuimus in commentariis in ſextam propoſitionem Archimedis de quadratura parabolæ.

Sit cylindrus, uel cylindri portio ce cuius axis ab: ſeceturque plano per axem ducto; quod ſectionem faciat parallelogrammum cdef: & diuiſis cf, de bifariam in punctis



[Figure 26]

gh, per ea ducatur planum baſi æquidiſtans. erit ſectio gh circulus, uel ellipſis, centrum habens in axe; quod ſit K at-

que erunt ex iis, quæ demonſtrauimus, centra grauitatis planorum oppoſitorum puncta ab: & plani gh ipſum k in quo quidem plano eſt centrum grauitatis cylindri, uel cylindri portionis. Dico punctum K cylindri quoque, uel cy lindri portionis grauitatis centrum eſſe. Si enim fieri poteſt, ſit l centrum: ducaturque kl, & extra figuram in m producatur. quam ucro proportionem habet linea mK ad kl

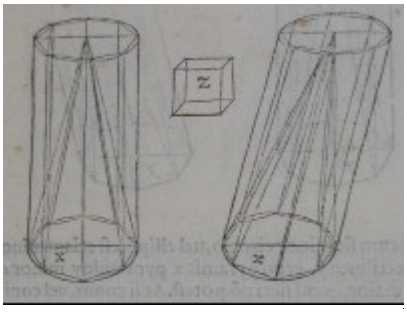
habeat circulus, uel ellipſis gh ad aliud ſpacium, in quo u:
& in cit culo, uel ellipſi plane deſcribatur rectilinea figura,
ita ut tandem relinquantur portiones minores ſpacio u, quæ
ſit opgqrsht: deſcriptaque ſimili figura in oppoſitis pla-
nis cd, fe, per lineas ſibi ipſis reſpondentes plana ducantur.
Itaque cylindrus, uel cylindri portio diuiditur in priſma,
cuius quidem baſis eſt figura rectilinea iam dicta, centrum
que grauitatis punctum K: & in multa ſolida, quæ pro baſi
bus habent relictas portiones, quas nos ſolidas portiones
appellabimus. cum igitur portiones ſint minores ſpacio
u, circulus, uel ellipſis gh ad portiones maiorem propor-
tionem habebit, quàm linea mk ad Kl. fiat nk ad Kl, ut
circulus uel ellipſis gh ad ipſas portiones. Sed ut circulus
uel ellipſis gh ad figuram rectilineam in ipſa deſcri-
ptam, ita eſt cylindrus uel cylindri portio ce ad priſma,
quod rectilineam figuram pro baſi habet, & altitudinem
æqualem; id, quod infra demonſtrabitur. crgo per conuer
ſionem rationis, ut circulus, uel ellipſis gh ad portiones re
lictas, ita cylindrus, uel cylindri portio ce ad ſolidas por-
tiones, quate cylindrus uel cylindri portio ad ſolidas por-
tiones eandem proportionem habet, quam linea nk ad k
& diuidendo priſma, cuius baſis eſt rectilinea figura ad ſo-
lidas portiones eandem proportionem habet, quam nl ad
lk & quoniam a cylindro uel cylindri portione, cuius gra-
uitatis centrum eſt l, aufertur priſma baſim habens rectili-
neam figuram, cuius centrum grauitatis eſt K: reſiduæ magnitu
dinis ex ſolidis portionibus compoſitæ grauitatis centrum erit
in linea kl protracta, & in puncto n; quod eſt abſurdum. relin
quitur ergo, ut centrum grauitatis cylindri; uel cylindri por
tionis ſit punctum k. quæ omnia demonſtranda propoſuimus.

4. huius

At uero cylindrum, uel cylindri portionem ce
ad priſma, cuius baſis eſt rectilinea figura in ſpa-
cio gh deſcripta, & altitudo æqualis; eandem

bere proportionem, quam ſpacium gh ad dictam
figuram, hoc modo demonſtrabimus.

Intelligatur circulus, uel ellipſis x æqualis figuræ rectili-
neæ in gh ſpacio deſcriptæ. & ab x conſtituatur conus, uel

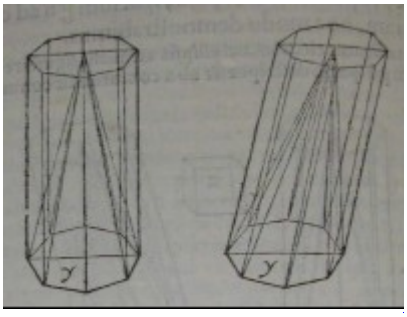


[Figure 27]

coni portio, altitudinem habens eandem, quam cylindrus uel cy
lindri portio ce. Sit deinde rectilinea figura, in qua y eadem,
quæ in ſpacio gh deſcripta eſt: & ab hac pyramis æquealta
conſtituatur. Dico conum uel coni portione x pyramidi y æ-
qualem eſſe. niſi enim ſit æqualis, uel maior, uel minor erit.

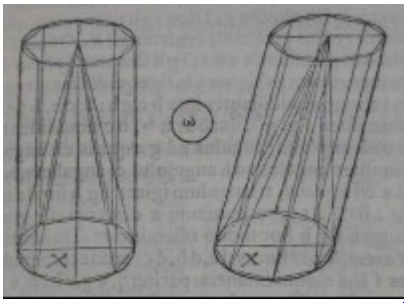
Sit primum maior, et exuperet ſolido z. Itaque in circu
lo, uel ellipſi x deſcribatur figura rectilinea; & in ea pyra-
mis eandem, quam conus, uel coni portio altitudinem ha-
bens, ita ut portiones relictæ minores ſint ſolido a, quem-
admodum docetur in duodecimo libro elementorum pro
poſitione undecima. erit pyramis x adhuc pyramide y ma
ior. & quoniam piramides æque altæ inter ſe ſunt, ſicuti ba

ſes; pyramis x ad piramidem y eandem proportionem ha-
bet, quàm figura rectilinea x ad figuram y. Sed figura recti



[Figure 28]

linea x cum ſit minor circulo, uel ellipſi, eſt etiam minor figura rectilinea y. ergo pyramis x pyramide y minor erit. Sed & maior; quod fieri non poteſt. At ſi conus, uel coni portio x ponatur minor pyramide y: ſit alter conus æque altus, uel altera coni portio X ipſi pyramidi y æqualis. erit eius baſis circulus, uel ellipſis maior circulo, uel ellipſi x, quorum exceſſus ſit ſpacium ω. Si igitur in circulo, uel eilipſi X figura rectilinea deſcribatur, ita ut portiones relictæ ſint ω ſpacio minores, ciuſmodi figura adhuc maior erit circulo, uel ellipſi x, hoc eſt figura rectilinea y. & pyramis inca conſtituta minor cono, uel coni portione X, hoc eſt minor pyramide y. eſt ergo ut X figura rectilinea ad figuram rectilineam y, ita pyramis X ad pyramidem y. quare cum figura rectilinea X ſit maior figura y: erit & pyramis X pyramide y maior. ſed erat minor; quod rurſus fieri non poteſt. non eſt igitur conus, uel coni portio x neque maior, neque minor pyramide y. ergo ipſi neceſſario eſt æqualis. Itaque quoniam ut conus ad conum, uel coni portio ad



[Figure 29]

ni portionem, ita eſt cylindrus ad cylindrum, uel cylin-
dri portio ad cylindri portionem: & ut pyramis ad pyra-
midem, ita priſma ad priſma, cum eadem ſit baſis, & æqua
lis altitudo; erit cylindrus uel cylindri portio x priſma-
ti y æqualis. eſtque ut ſpacium gh ad ſpacium x, ita cylin-
drus, uel cylindri portio ce ad cylindrum, uel cylindri por-
tionem x. Conſtat igitur cylindrum uel cylindri portionem
c e, ad priſma y, quippe cuius baſis eſt figura rectilinea in

ſpacio gh deſcripta, eandem proportionem habere, quam
ſpacium gh habet ad ſpacium x, hoc eſt ad dictam figuram.
quod demonſtrandum fuerat.

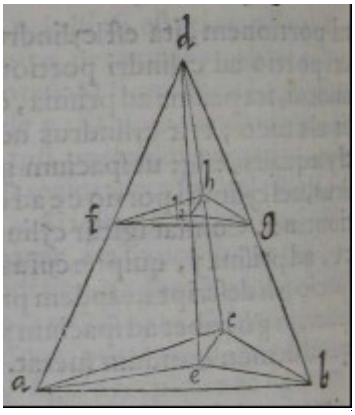
6. duode
cimi.

7. quinti

THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.

Si pyramis ſecetur plano baſi æquidiſtante; ſe-
ctio erit figura ſimilis ei, quæ eſt baſis, centrum
grauitatis in axe habens.

SIT pyramis, cuius baſis triangulum abc; axis dc: & ſecetur plano baſi æquidiſtante; quod ſectionem faciat fgh; occurratque axi in puncto k. Dico fgh triangulum eſſe, ipſi abc ſimile; cuius grauitatis centrum eſt K. Quoniam enim duo plana æquidiſtantia abc, fgh ſecantur à plano abd; communes eorum ſectiones ab, fg æquidiſtantes erunt: & eadem ratione æquidiſtantes ipſæ bc, gh: & ca, hf. Quòd cum duæ lineæ fg, gh, duabus ab, bc æquidiſtent, nec ſint in eodem plano; angulus ad g æqualis eſt angulo ad b. & ſimiliter angulus ad h angulo ad c: angulusque ad fci, qui ad a eſt æqualis. triangulum igitur fgh ſimile eſt triangulo abc. Atuero punctum k centrum eſſe grauitatis trianguli fgh hoc modo oſtendemus. Ducantur plana per axem, & per lineas da, db, dc: erunt communes ſectiones fK, ae æquidiſtantes: pariterque kg, eb; & kh, ec: quare angulus kfh angulo eac; & angulus kfg ipſi eab

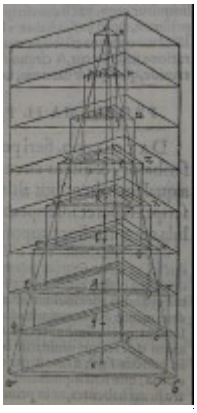


[Figure 30]

eſt æqualis. Eadem ratione anguli ad g angulis ad b: & anguli ad h iis, qui ad c æquales erunt. ergo puncta eK in triangulis abc, fgh ſimiliter ſunt poſita, per ſextam poſitionem Archimedis in libro de centro grauitatis planorum. Sed cum e ſit centrum grauitatis trianguli abc, erit ex undecima propoſitione eiuſdem libri, & K trianguli fgh grauitatis centrum. id quod demonſtrare oportebat. Non aliter in ceteris pyramidibus, quod propoſitum eſt demonſtrabitur.

PROBLEMA I. PROPOSITIO X.

DATA qualibet pyramide, fieri poteſt, ut figura ſolida in ipſa in ſcribatur, & altera circumſcribatur ex priſmatibus æqualem altitudinem habentibus, ita ut circumſcripta inſcriptam excedat magnitudine, quæ minor ſit quacunque ſolida magnitudine propoſita.



[Figure 31]

Sit pyramis, cuius baſis triangulum abc; axis de. Sitque priſma, quod eandem baſim habeat, & axem eundem. Itaque hoc priſmate continenter ſecto bifariam, plano baſi æquidiſtante, relinquetur tandem priſma quoddam minus propoſita magnitudine: quod quidem baſim eandem habeat, quam pyramis, & axem ef. diuidatur de in partes æquales ipſi ef in punctis ghklmn: & per diuiſiones plana ducantur: quæ baſibus æquidiſtent, erunt ſectiones, triangula ipſi abc ſimilia, ut proxime oſtendimus. ab uno quoque autem horum triangulorum duo priſmata conſtruantur; unum quidem ad partes e; alterum ad

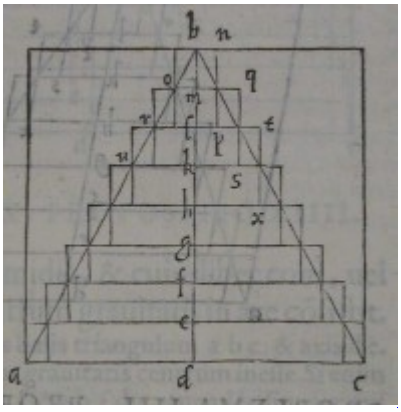
partes d. in pyramide igitur inſcripta erit quædam figura, ex priſmatibus æqualem altitudinem habentibus conſtans, ad partes e: & altera circumſcripta ad partes d. Sed unumquodque eorum priſmatum, quæ in figura inſcripta continentur, æquale eſt priſmati, quod ab eodem fit triangulo in figura circumſcripta: nam priſma pq priſmati po eſt æquale; priſma st æquale priſmati sr; priſma xy priſmati xu; priſma ηθ priſmati ηz; priſma μν priſmati μλ; priſma ϱσ priſmati ϱπ; & priſma φχ priſmati φτ æquale. relinquitur ergo, ut circumſcripta figura exuperet inſcriptam priſmate, quod baſim habet abc triangulum, & axem ef. Illud uero minus eſt ſolida magnitudine propoſita. Eadem ratione inſcribetur, & circumſcribetur ſolida figura in pyramide, quæ quadrilateram, uel plurilateram baſim habeat.

PROBLEMA II. PROPOSITIO XI.

DATO cono, fieri poteſt, ut figura ſolida inſcribatur, & altera circumſcribatur ex cylindris æqualem habentibus altitudinem, ita ut circumſcripta ſuperet inſcriptam, magnitudine, quæ ſolida magnitudine propoſita ſit minor.

SIT conus, cuius axis bd: & ſecetur plano per axem ducto, 'ut ſectio ſit triangulum abc: intelligaturque cylindrus, qui baſim eandem, & eundem axem habeat. Hoc igitur cylindro continenter bifariam ſecto, relinquetur cylin drus minor ſolida magnitudine propoſita. Sit autem is cy lindrus, qui baſim habet circulum circa diametrum ac, & axem de. Itaque diuidatur bd in partes æquales ipſi de in punctis fghKlm: & per ea ducantur plana conum ſecantia; quæ baſi æquidiſtent. erunt ſectiones circuli, centra in axi habentes, ut in primo libro conicorum,

tione quarta Apollonius demonſtrauit. Si igitur à ſingulis horum circulorum, duo cylindri fiant; unus quidem ad baſis partes; alter ad partes uerticis: inſcripta erit in cono ſolida quædam figura, & altera circumſcripta ex cylindris æqualem altitudinem habentibus conſtans; quorum



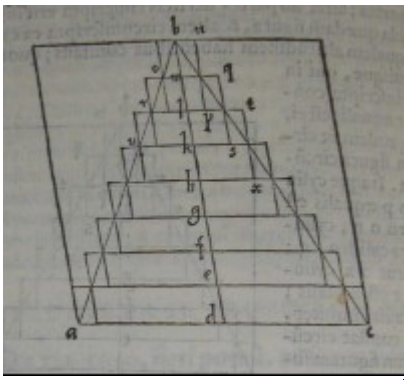
[Figure 32]

unuſquiſque, qui in figura inſcripta continetur æqualis eſt ei, qui ab eodem fit circulo in figura circumſcripta. Itaque cylin drus op æqualis eſt cylindro on; cylindrus rs cylindro rq. cylindrus ux cylindro ut eſt æqualis; & alii aliis ſimiliter. quare conſtat circumſcriptam figuram ſuperare inſcriptam cy lindro, cuius baſis eſt circulus circa diametrum ac, & axis de. atque hic eſt minor ſolida magnitudine propoſita.

PROBLEMA III. PROPOSITIO XII.

DATA coni portione, poteſt ſolida quædam figura inſcribi, & altera circumſcribi ex cylindri portionibus æqualem altitudinem habentibus; ita ut circumſcripta inſcriptam exuperet, magni tudine, quæ minor fit ſolida magnitudine propoſita.

Figuram cuiuſmodi, & inſcribemus, & circumſcribemus, ita ut in cono dictum eſt.

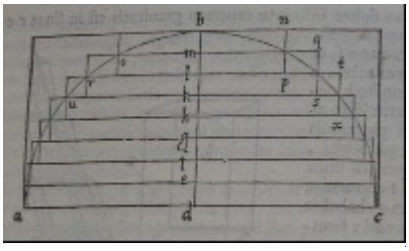


[Figure 33]

PROBLEMA IIII. PROPOSITIO XIII.

DATA ſphæræ portione, quæ dimidia ſphæra maior non ſit, poteſt ſolida quædam portio inſcribi & altera circumſcribi ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut circumſcripta inſcriptam excedat magnitudine, quæ ſolida magnitudine propoſita ſit minor.

HOC etiam eodem prorſus modo ſiet: atque ut ab Archimede traditum eſt in conoidum, & ſphæroidum portionibus, propoſitione uigeſimaprima libri de conoidibus, & ſphæroidibus.



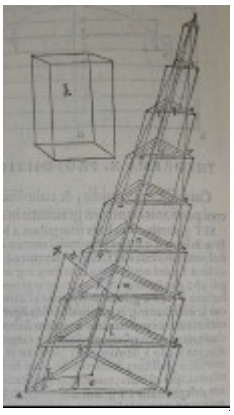
[Figure 34]

THEOREMA X. PROPOSITIO XIIII.

Cuiuslibet pyramidis, & cuiuslibet coni, uel coni portionis, centrum grauitatis in axe conſiſtit.

SIT pyramis, cuius baſis triangulum abc: & axis de. Dico in linea de ipſius grauitatis centrum ineſſe. Si enim fieri poteſt, ſit centrum f: & ab f ducatur ad baſim pyrami dis linea fg, axi æquidiſtans: iunctaque eg ad latera trianguli abc producatur in h. quam uero proportionem habet linea he ad eg, habeat pyramis ad aliud ſolidum, in quo K: inſcribaturque in pyramide ſolida figura, & altera cir cumſcribatur ex priſmatibus æqualem habentibus altitudinem, ita ut circumſcripta inſcriptam exuperet magnitudine, quæ ſolido k ſit minor. Et quoniam in pyramide pla num baſi æquidiſtans ductum ſectionem facit figuram ſimilem ei, quæ eſt baſis; centrumque grauitatis in axe haben tem: erit priſmatis st grauitatis centrum in linea rq ; matis ux centrum in linea qp, priſmatis yz in linea po; priſmatis ηθ in linea on; priſmatis λμ in linea nm; priſmatis νπ in ml; & denique priſmatis ϱσ in le. quare

tius figuræ inſcriptæ centrum grauitatis eſt in linea re:



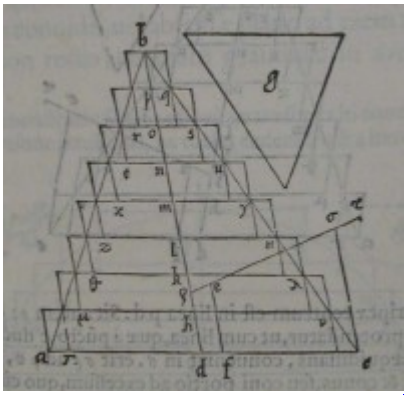
[Figure 35]

quod ſit τ: iunctaque τf, & producta, à puncto h ducatur linea axi pyramidis æquidiſtans, quæ cum linea τf conueniat in φ. habebit φτ ad τf eandem proportionem, quam he ad eg.

Quoniam igitur exceſſus, quo circumſcripta figura inſcriptam ſuperat, minor eſt ſolido χ; pyramis ad eundem exceſſum maioré proportioné habet, quàm ad K ſolidum: uidelicet maiorem, quàm linea he ad eg; hoc eſt quàm φτ ad τf: & propterea multo maiorem habet ad partem exceſſus, quæ intra pyrimidem comprehenditur. Itaque

beat eam, quam χτ ad τf erit diuidendo ut χf ad fτ, ita fi gura ſolida inſcripta ad partem exceſſus, quæ eſt intra pyra midem. Cum ergo à pyramide, cuius grauitatis centrum eſt punctum f, ſolida figura inſcripta auferatur, cuius centrum τ: reliqua magnitudinis conſtantis ex parte exceſſus, quæ eſt intra pyramidem, centrum grauitatis erit in linea τf producta, & in puncto χ. quod fieri non poteſt. Sequitur igitur, ut centrum grauitatis pyramidis in linea de; hoc eſt in eius axe conſiſtat.

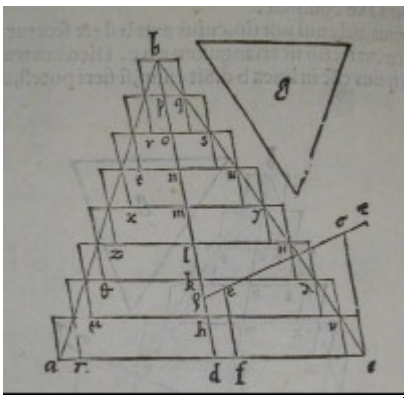
Sit conus, uel coni portio, cuius axis bd: & ſecetur plano per axem, ut ſectio ſit triangulum abc. Dico centrum gra uitatis ipſius eſſe in linea bd. Sit enim, ſi fieri poteſt, centrum



[Figure 36]

e: perque e ducatur ef axi æquidiſtans: & quam propor- tionem habet cd ad df, habeat conus, uel coni portio ad ſolidum g. inſcribatur ergo in cono, uel coni portione

da figura, & altera circumſcribatur ex cylindris, uel cylindri portionibus, ſicuti dictum eſt, ita ut exceſſus, quo figura circumſcripta inſcriptam ſuperat, ſit ſolido g minor. Itaque centrum grauitatis cylindri, uel cylindri portionis qr eſt in linea po; cylindri, uel cylindri portionis st centrum in linea on; centrum ux in linea nm; yz in mb; νθ in lk; λμ in kh; & denique fπ centrum in hd. ergo figu-



[Figure 37]

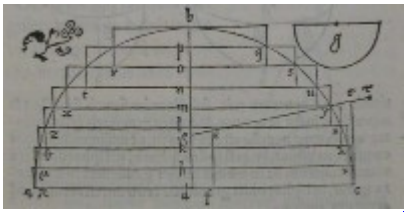
ræ inſcriptæ centrum eſt in linea pd. Sit autem ϱ: & iuncta ϱe protendatur, ut cum linea, quæ à puncto c ducta fuerit axi æquidiſtans, conueniat in ς. erit ς ϱ ad ϱe, ut cd ad df: & conus, ſeu coni portio ad exceſſum, quo circumſcripta figura inſcriptam ſuperat, habebit maiorem proportionem, quàm τϱ ad ϱe. ergo ad partem exceſſus, quæ intra ipſius ſuperficiem comprehenditur, multo maiorem proportionem habebit. habeat eam, quam τϱ ad ϱe. erit

diuidendo figura ſolida inſcripta ad dictam exceſſus partem, ut τε ad cπ. & quoniam à cono, ſeu coni portione, cuius grauitatis centrum eſt e, aufertur figura inſcripta, cuius centrum ϱ· reſiduæ magnitudinis compoſitæ cx parte exceſſus, quæ intra coni, uel coni portionis ſuperficiem continetur, centrum grauitatis erit in linea e protracta, atque in puncto t. quod eſt abſurdum. conſtat ergo centrum grauitatis coni, uel coni portionis, eſſe in axe bd: quod demonſtrandum propoſuimus.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XV.

Cuiuslibet portionis ſphæræ uel ſphæroidis, quæ dimidia maior non ſit: itemque cuiuslibet portionis conoidis, uel abſciſſæ plano ad axem recto, uel non recto, centrum grauitatis in axe conſiſtit.

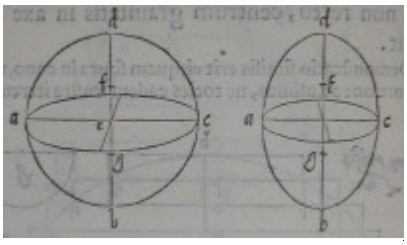
Demonſtratio ſimilis erit ei, quam ſupra in cono, uel coni portione attulimus, ne toties eadem fruſtra iterentur.



[Figure 38]

In ſphæra, & ſphæroide idem eſt grauitatis, & figuræ centrum.

Secetur ſphæra, uel ſphæroides plano per axem ducto; quod ſectionem faciat circulum, uel ellipſim abcd, cuius diameter, & ſphæræ, uel ſphæroidis axis db; & centrum e. Dico e grauitatis etiam centrum eſſe. ſecetur enim altero plano per e, ad planum ſecans recto, cuius ſectio ſit circulus circa diametrum ac. erunt adc, abc dimidiæ portiones ſphæræ, uel ſphæroidis. & quoniam portionis adc gra uitatis centrum eſi in linea d, & centrum portionis abc in ipſa be; totius ſphæræ, uel ſphæroidis grauitatis centrum in axe db conſiſtet, Quòd ſi portionis adc centrum graui tatis ponatur eſſe f & fiat ipſi fe æqualis eg: punctum g por



[Figure 39]

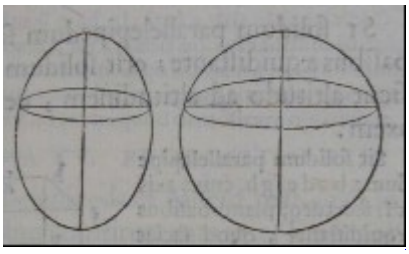
tionis abc centrum erit. ſolidis enim figuris ſimilibus & æqualibus inter ſe aptatis, & centra grauitatis ipſarum in-

ter se aptentur neceſſe eſt. ex quo fit, ut magnitudinis, quæ ex utilique conſtat, hoc eſt ipſius ſphæræ, uel ſphæroidis gra uitatis centrum ſit in medio lineæ fg uidelicet in e. Sphæræ igitur, uel ſphæroidis grauitatis centrum eſt idem, quod centrum figuræ.

per 2. pe-
titionem

4 Archi-
medis.

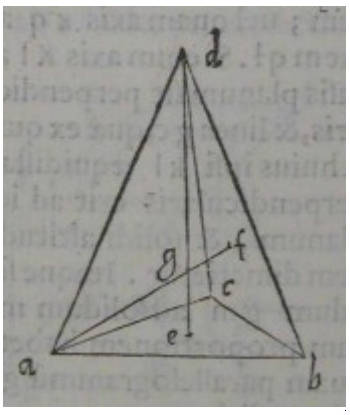
Ex demonſtratis perſpicue apparet, portioni
ſphæræ uel ſphæroidis, quæ dimidia maior eſt, cen
trum grauitatis in axe conſiſtere.



[Figure 40]

Data enim
qualibet maio
ri portione, quo
niam totius ſphæ
ræ, uel ſphæroi
dis grauitatis
centrum eſt in
axe; eſt autem
& in axe cen-
trum portio-
nis minoris:
reliquæ portionis uidelicet maioris centrum in axe neceſ-
ſario conſiſtet.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XVII.



[Figure 41]

Cuiuslibet pyramidis trian
gularem baſim habentis gra
uitatis centrum eſt in pun-

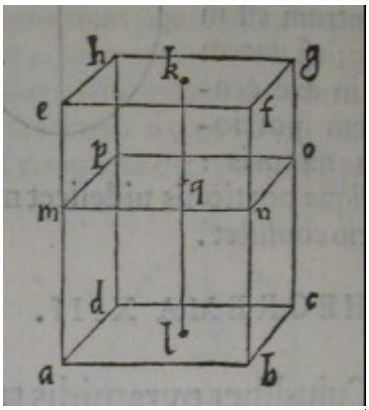
cto, in quo ipſius axes con-
ueniunt.

Sit pyramis, cuius baſis trian
gulum abc, axis de: ſitque trian
guli bdc grauitatis centrum f:
& iungatur a ſ. erit & af axis eiuſ
dem pyramidis ex tertia diffini-
tione huius. Itaque quoniam centrum grauitatis eſt in
axe de; eſt autem & in axe af; quod proxime demonſtraui

mus: erit utique grauitatis centrum pyramidis punctum g. in quo ſcilicet ipſi axes conueniunt.

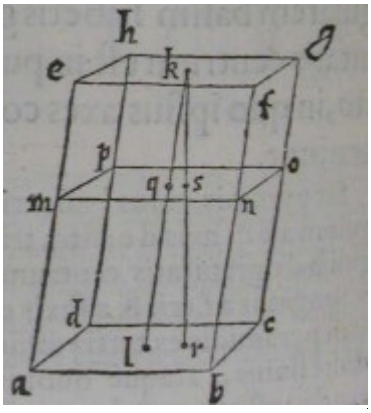
THEOREMA XIIII. PROPOSITIO XVIII.

SI ſolidum parallelepipedum ſecetur plano baſibus æquidiſtante; erit ſolidum ad ſolidum, ſicut altitudo ad altitudinem, uel ſicut axis ad axem.



[Figure 42]

Sit ſolidum parallelepipe dum abcdefgh, cuius axis kl: ſeceturque plano baſibus æquidiſtante, quod faciat ſectionem mnop; & axi in puncto q occurrat. Dico ſolidum gm ad ſolidum mc eam proportionem habere, quam altitudo ſolidi gm habet ad ſolidi mc altitudinem; uel quam axis kq ad axem ql. Si enim axis Kl ad baſis planum ſit perpendicu



[Figure 43]

laris, & linea gc, quæ ex quin
ta huius ipſi kl æquidiſtat,
perpendicularis erit ad idem
planum, & ſolidi altitudi-

nem dimetietur. Itaque ſo-
lidum gm ad ſolidum mc
eam proportionem habet,
quam parallelogrammum gn
ad parallelogrammum nc,

hoc eſt quam linea go, quæ

eſt ſolidi gm altitudo ad oe altitudinem ſolidi mc, uel quam axis kq ad ql axem. Si uero axis kl non ſit perpendicularis ad planum baſis; ducatur a puncto k ad idem planum per pendicularis kr, occurrens plano mnop in s. ſimiliter demonſtrabimus ſolidum gm ad ſolidum mc ita eſſe, ut axis kq ad axem ql. Sed ut Kq ad ql, ita ks altitudo ad altitudi-

nem sr; nam lineæ Kl, Kr à planis æquidiſtantibus in eaſdem proportiones ſecantur. ergo ſolidum gm ad ſolidum mc eandem proportionem habet, quam altitudo ad altitu dinem, uel quam axis ad axem. quod demonſtrare oportebat.

25 undeci
mi.

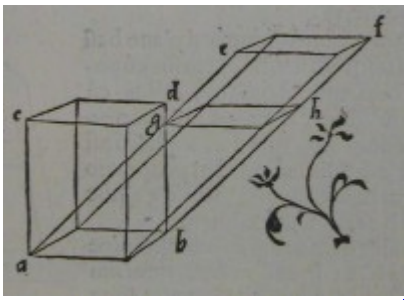
ſextim.

17. unde-
cimi

THEOREMA XV. PROPOSITIO XIX.

Solida parallelepipeda in eadem baſi, uel in æqualibus baſibus conſtituta eam inter ſe propor tionem habent, quam altitudines: & ſi axes ipſorum cum baſibus æquales angulos contineant, eam quoque, quam axes proportionem habebunt.

Sint ſolida parallelepipeda in eadem baſi conſtituta abcd, abef: & ſit ſolidi abcd altitudo minor: producatur autem planum cd adeo, ut ſolidum abef ſecet; cuius ſectio



[Figure 44]

ſit gh. erunt ſoli
da abcd, abgh
in eadem baſi,
& æquali altitu
dine inter ſe æ-
qualia. Quoniam

igitur ſolidum
abef ſecatur
plano baſibus
æquidiſtante, erit

ſolidum ghef
adipſum abgh

ut altitudo ad altitudinem: & componendo conuertendo

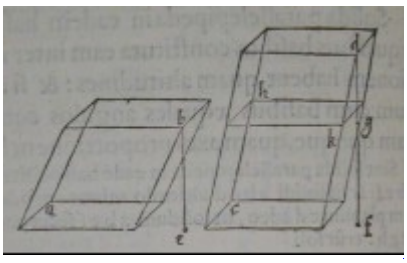
que ſolidum abgh, hoc eſt ſolidum abcd ipſi æquale, ad ſolidum abef, ut altitudo ſolidi abcd ad ſolidi abef altitudinem.

29. undecimi

18. huius

7. quinti.

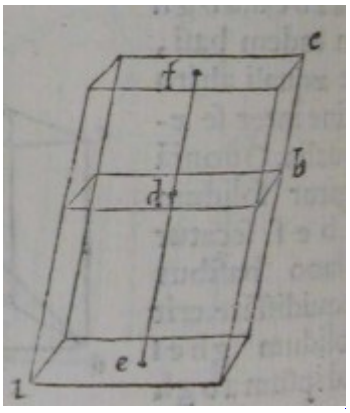
Sint ſolida parallelopipeda ab, cd in æqualibus baſibus conſtituta: ſitque be altitudo ſolidi ab: & ſolidi cd altitudo d f; quæ quidem maior ſit, quàm be. Dico ſolidum ab ad ſolidum cd eandem habere proportionem, quam be ad d f. abſcindatur enim à linea df æqualis ipſi be, quæ ſit gf: & per g ducatur planum ſecans ſolidum cd; quod baſibus æquidiſtet, faciatque ſectionem hK. erunt ſolida ab, ck æque



[Figure 45]

alta inter ſe æqualia cum æquales baſes habeant.

Sed ſolidum hd ad ſolidum cK eſt, ut altitudo dg ad gf altitudinem; ſecatur enim ſolidum cd plano baſi



[Figure 46]

bus æquidiſtante: & rurſus compo-
nende, conuertendoque ſolidum ck

ad ſolidum cd, ut gf ad fd. ergo
ſolidum ab, quod eſt æquale ipſi
ck ad ſolidum cd eam proportio
nem habet, quam altitudo gf, hoc
eſt be ad df altitudinem.

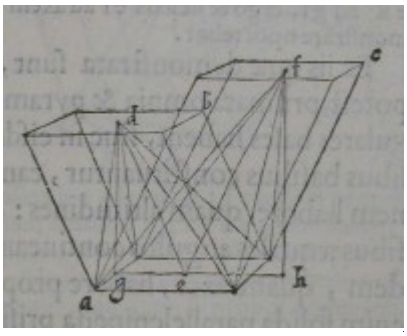
31. unde
cimi

18. huius

7. quinti.

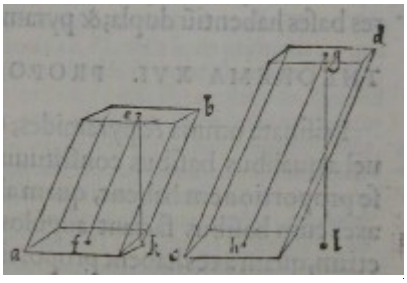
Sint deinde ſolida parallelepipe
da ab, ac in eadem baſi; quorum
axes de, ſ e cum ipſa æquales angu

los contineant. Dico ſolidum ab ad ſolidum ace idem ha bere proportionem, quam axis de ad axem ef. Si enim axes in eadem recta linea fuerint conſtituti, hæc duo ſolida, in unum, atque idem ſolidum conuenient. quare ex iis, quæ proxime tradita ſunt, habebit ſolidum ab ad ſolidum ac eandem proportionem, quam axis de ad ef axem. Si uero axes non ſint in eadem recta linea, demittantur a punctis d, f perpendiculares ad baſis planum, dg, fh: & jungantur eg, eh. Quoniam igitur axes cum baſibus æquales angulos continent, erit deg angulus æqualis an-



[Figure 47]

gulo feh: & ſunt anguli ad gh recti, quare & reliquus edg æqualis erit reliquo efh: & triangulum deg triangulo feh ſimile. ergo gd ad de eſt, ut hf ad e: & per mutando gd ad hf, ut de ad cf.



[Figure 48]

Sed ſolidum ab ad ſolidum ac eandem proportionem habet, quam dg altitu-

do ad altitudinem
fh. ergo & ean-
dem habebit, quam
axis de ad ef axem

Poſtremo ſint
ſolidi parallepi
peda ab, cd in

æqualibus baſibus, quorum axes cum baſibus æquales an gulos faciant. Dico ſolidum ab ad ſolidum cd ita eſſe, ut axis ef ad axem gh: nam ſi axes ad planum baſis recti ſint, illud perſpicue conſtat: quoniam eadem linea, & axem & ſoli di altitudinem determinabit. Si uero ſint inclinati, à punctis eg ad ſubiectum planum perpendiculares ducantur ek, gl: & iungantur fk, hl. rurſus quoniam axes cum ba ſibus æquales faciunt angulos, eodem modo demonſtrabi tur, triangulum efK triangulo ghl ſimile eſſe: & ek ad gl, ut ef ad gh. Solidum autem ab ad ſolidum cd eſt, ut eK ad gl. ergo & ut axis ef ad axem gh. quæ omnia de monſtrare oportebat.

Ex iis quæ demonſtrata ſunt, facile conſtare poteſt, priſmata omnia & pyramides, quæ triangulares baſes habent, ſiue in eiſdem, ſiue in æqua

libus baſibus conſtituantur, eandem proportionem habere, quam altitudines: & ſi axes cum ba ſibus æquales angulos contineant, ſimiliter eandem, quam axes, habere proportionem: ſunt

enim ſolida parallelepipeda priſmatum triangula

res baſes habentium dupla; & pyramidum ſextupla.

15. quinti

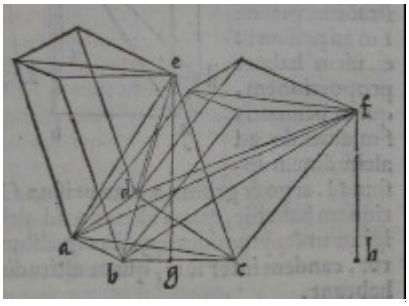
28. undecimi.

7. duodecimi.

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XX.

Priſmata omnia & pyramides, quæ in eiſdem, uel æqualibus baſibus conſtituuntur, eam inter ſe proportionem habent, quam altitudines: & ſi axes cum baſibus faciant angulos æquales, eam etiam, quam axes habent proportionem.

Sint duo priſmata ae, af, quorum eadem baſis quadrilatera abcd: ſitque priſmatis ae altitudo eg; & priſmatis af altitudo fh. Dico priſma ae ad priſma af eam habere proportionem, quam eg ad fh. iungatur enim ac: & in unoquoque priſmate duo priſmata intelligantur, quorum



[Figure 49]

baſes ſint triangu la abc, acd. habe bunt duo priſmate in eadem baſi abc conſtituta, proportionem eam dem, quam ipſorum altitudines e g, fh, ex iam demonſtratis. & ſimiliter alia duo, quæ ſunt in baſi a

c d. quare totum priſma ae ad priſma af eandem propor tionem habebit, quam altitudo eg ad fh altitudinem. Quòd cum priſmata ſint pyramidum tripla, & ipſæ pyrami des, quarum eadem eſt baſis quadrilatera, & altitudo priſmatum altitudini æqualis, eam inter ſe proportionem habebunt, quam altitudines.

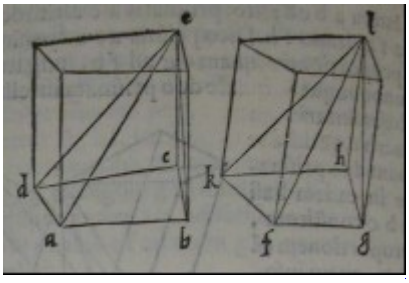
12. quinti

Si uero priſmata baſes æquales habeant, non eaſdem, ſint duo eiuſmodi priſmata ae, fl: & ſit baſis priſmatis ae quadrilaterum abcd; & priſmatis fl quadrilaterum fghk. Dico priſma ae ad priſma fl ita eſſe, ut altitudo illius ad huius altitudinem. nam ſi altitudo ſit eadem, intelligantur

duæ pyramides abcde, fghkl. quæ interſe æquales erunt, cum æquales baſes, & altitudinem eandem habeant. quare

& priſmata ae, fl, quæ ſunt harum pyramidum tripla, æqua-

lia ſint neceſſe eſt. ex quibus perſpicue conſtat propoſitum.
Si uero altitudo priſmatis fl ſit maior, à priſmate fl ab-
ſcindatur priſma fm, quod æque altum ſit, atque ipſum ae.

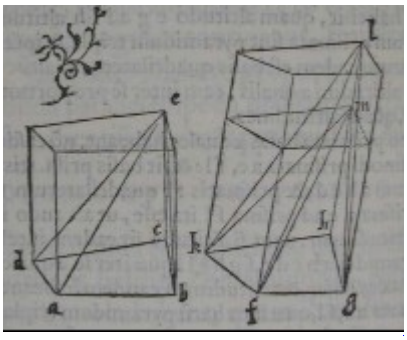


[Figure 50]

erunt eædem ratione priſmata a e, fm inter ſe æqualia. quare ſimiliter demonſtrabitur priſma fm ad priſma fl eandem habere proportionem, quam priſmatis fm altitudo ad altitudinem ipſius fl. ergo & priſma ae ad priſma fl eandem proportionem habebit, quam altitudo ad altitudinem. ſequitur igitur ut & pyramides, quæ in æqualibus baſibus conſtituuntur, eandem inter ſe ſe, quam altitudines, proportionem habeant.

6. duode
cimi

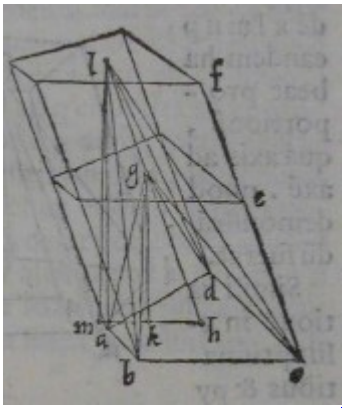
25. quinti



[Figure 51]

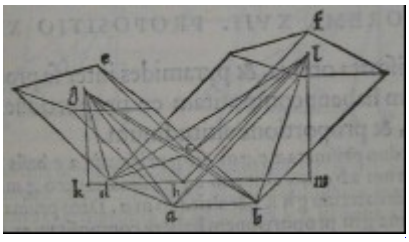
Sint deinde priſmata ae, af in eadem baſi abcd; quorum axes cum baſibus æquales angulos contineant: & ſit

matis ae axis gh; & priſmatis af axis lh. Dico priſma ae ad priſma af eam proportionem habere, quam gh ad h l. ducantur à punctis gl perpendiculares ad baſis pla-



[Figure 52]

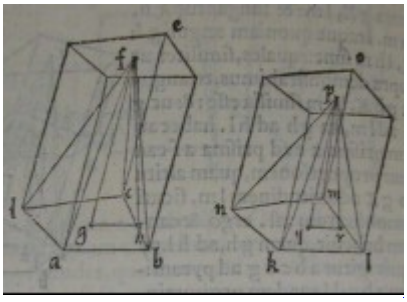
num gK, lm: & iungantur kh, h m. Itaque quoniam anguli gh k, lhm ſunt æquales, ſimiliter ut ſupra demonſtrabimus, triangula ghK, lhm ſimilia eſſe; & ut g K ad lm, ita gh ad hl. habet autem priſma ae ad priſma af eandem proportionem, quam altitudo gK ad altitudinem lm, ſicuti demonſtratum eſt. ergo & eandem habebit, quam gh, ad hl. pyramis igitur abcdg ad pyramidem abcdl eandem proportionem habebit, quam axis gh ad hl axem.



[Figure 53]

Denique ſint priſmata ae, ko in æqualibus baſibus ab cd, klmn conſtituta; quorum axes cum baſibus æquales faciant angulos: ſitque priſmatis ae axis fg, & altitudo fh: priſmatis autem ko axis pq, & altitudo pr. Dico priſma ae ad priſma ko ita eſſe, ut fg ad pq. iunctis enim gh,

qr, eodem, quo ſupra, modo oſtendemus fg ad pq, ut fh ad pr. ſed priſma ae ad ipſum ko eſt, ut fh ad pr. ergo & ut fg axis ad axem pq. ex quibus ſit, ut pyramis abcdf



[Figure 54]

ad pyrami-
dem klmnp
eandem ha
beat pro -
portionẽ,
quam axis ad
axem. quod
demonſtran
dum fuerat.

Simili ra
tione in a-
liis priſma-
tibus & py
ramidibus eadem demonſtrabuntur.

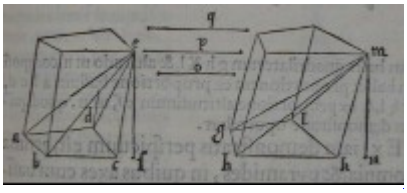
THEOREMA XVII. PROPOSITIO XXI.

Priſmata omnia, & pyramides inter ſe propor
tionem habent compoſitam ex proportione ba-
ſium, & proportione altitudinum.

Sint duo priſmata ae, gm: ſitque priſmatis ae baſis qua
drilaterum abcd, & altitudo ef: priſmatis uero gm ba-
ſis quadrilaterum ghKl, & altitudo mn. Dico priſma ae
ad priſma gm proportionem habere compoſitam ex pro
portione baſis abcd ad baſim ghkl, & ex proportione
altitudinis ef, ad altitudinem mn.

Sint enim primum ef, mn æquales: & ut baſis abcd
ad baſim ghkl, ita fiat linea, in qua o ad lineam, in qua p:
ut autem ef ad mn, ita linea p ad lineam q. erunt lineæ
pq inter ſe æquales. Itaque priſma ae ad priſma gm eam

proportionem habet, quam baſis abcd ad baſim ghkl: ſi enim intelligantur duæ pyramides abcde, ghklm, habebunt hæ inter ſe proportionem eandem, quam ipſarum baſes ex ſexta duodecimi elementorum. Sed ut baſis abcd ad ghKl baſim, ita linea o ad lineam p; hoc eſt ad lineam q ei æqualem. ergo priſma ae ad priſma gm eſt, ut linea o ad lineam q. proportio autem o ad q copoſita eſt ex proportione o ad p, & ex proportione p ad q. quare priſma ae ad priſma gm, & idcirco pyramis abcde, ad pyramidem ghKlm proportionem habet ex eiſdem proportionibus compoſitam, uidelicet ex proportione baſis abcd ad baſim ghKl, & ex proportione altitudinis ef ad mn altitudinem. Quòd ſi lineæ ef, mn inæquales ponantur, ſit ef minor: & ut ef ad mn, ita fiat linea p ad lineam u: de

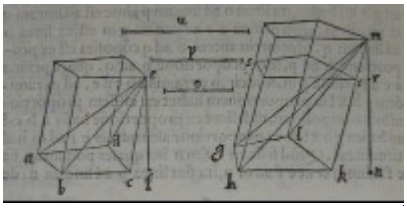


[Figure 55]

inde ab ipſa mn abſcindatur rn æqualis ef: & per r ducatur planum, quod oppoſitis planis æquidiſtans faciat ſectionem st. erit priſma ae, ad priſma gt, ut baſis abcd ad baſim ghkl; hoc eſt ut o ad p: ut autem priſma gt ad

priſma gm, ita altitudo rn; hoc eſt ef ad altitudine mn; uidelicet linea p ad lineam u. ergo ex æquali priſma ae ad priſma gm eſt, ut linea o ad ipſam u. Sed proportio o ad u compoſita eſt ex proportione o ad p, quæ eſt baſis abcd ad baſim ghkl; & ex proportione p ad u, quæ eſt altitudinis ef ad altitudinem mn. priſma igitur ae ad priſma gm

compoſitam proportionem habet ex proportione baſium, & proportione altitudinum. Quare & pyramis, cuius baſis eſt quadrilaterum abcd, & altitudo ef ad pyramidem,



[Figure 56]

cuius baſis quadrilaterum ghKl, & altitudo mn, compoſitam habet proportionem ex proportione baſium abcd, ghkl, & ex proportione altitudinum ef, mn. quod quidem demonſtraſſe oportebat.

20. huius

Ex iam demonſtratis perſpicuum eſt, priſmata omnia, & pyramides, in quibus axes cum baſibus æquales angulos continent, proportionem habere compoſitam ex baſium proportione, & proportione axium. demonſtratum eſt enim, axes inter ſe eandem proportionem habere, quam ipſæ altitudines.

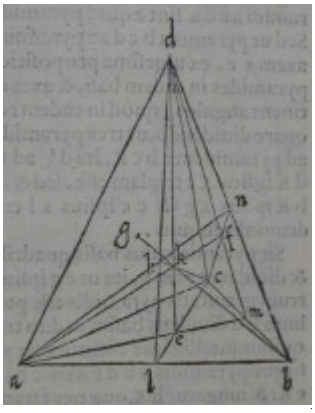
THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XXII.

CVIVSLIBEt pyramidis, & cuiuslibet coni,

uel coni portionis axis à centro grauitatis ita diui
ditur, ut pars, quæ terminatur ad uerticem reli-
quæ partis, quæ ad baſim, ſit tripla.

Sit pyramis, cuius baſis triangulum abc; axis de; & gra
uitatis centrum K. Dico lineam dk ipſius Ke triplam eſſe.
trianguli enim bdc centrum grauitatis ſit punctum f; trian
guli adc centrum g; & trianguli adb ſit h: & iungantur af,
b g, ch. Quoniam igitur centrum grauitatis pyramidis in axe

conſiſtit: ſuntque de, af, bg, ch eiuſdem pyramidis axes: conue
nient omnes in idem punctum k, quod eſt grauitatis centrum.
Itaque animo concipiamus hanc pyramidem diuiſam in
quatuor pyramides, quarum baſes ſint ipſa pyramidis



[Figure 57]

triangula; & axis pun-
ctum k quæ quidem py-
ramides inter ſe æquales
ſunt, ut demonſtrabitur.
Ducatur enim per lineas
dc, de planum ſecans, ut
ſit ipſius, & baſis abc com
munis ſectio recta linea
cel: eiuſdem uero & trian-
guli adb ſit linea dhl. erit linea al æqualis ipſi
lb: nam centrum graui-
tatis trianguli conſiſtit
in linea, quæ ab angulo
ad dimidiam baſim per-
ducitur, ex tertia deci-
ma Archimedis.
quare

triangulum acl æquale
eſt triangulo bcl: & propterea pyramis, cuius baſis trian-

gulum acl, uertex d, eſt æqualis pyramidi, cuius baſis bcl

triangulum, & idem uertex. pyramides enim, quæ ab eodem

ſunt uertice, eandem proportionem habent, quam ipſarum baſes. eadem ratione pyramis aclk pyramidi bclk & pyramis adlk ipſi bdlk pyramidi æqualis erit. Itaque ſi a pyramide acld auferantur pyramides aclk, adlk: & à pyramide bcld auferantur pyramides bclk dblK: quæ relinquuntur erunt æqualia. æqualis igitur eſt pyramis acdk pyramidi bcdK. Rurſus ſi per lineas ad, de ducatur planum quod pyramidem ſccet: ſitque eius & baſis communis ſectio aem: ſimiliter oſtendetur pyramis abdK æqualis pyramidi acdk. ducto denique alio plano per lineas ca, af: ut eius, & trianguli cdb communis ſectio ſit cfn, pyramis abck pyramidi acdk æqualis demonſtrabitur. cum ergo tres pyramides bcdk, abdk, abck uni, & eidem pyramidi acdk ſint æquales, omnes inter ſe ſe æquales erunt. Sed ut pyramis abcd ad pyramidem abck ita de axis ad axem ke, ex uigeſima propoſitione huius: ſunt enim hæ pyramides in eadem baſi, & axes cum baſibus æquales continent angulos, quòd in eadem recta linea conſtituantur. quare diuidendo, ut tres pyramides acdk, bcdK, abdK ad pyramidem abcK, ita dk ad Ke. conſtat igitur lineam dK ipſius Ke triplam eſſe. ſed & ak tripla eſt Kf: itemque bK ipſius kg: & ck ipſius kl tripla. quod eodem modo demonſtrabimus.

17 huius

ucrfex

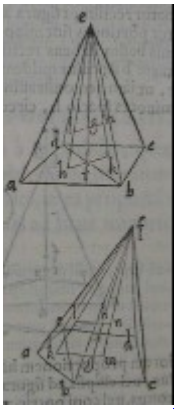
1. sexti.

5. duodecimi.

Sit pyramis, cuius baſis quadrilaterum abcd; axis ef: & diuidatur ef in g, ita ut eg ipſius gf ſit tripla. Dico centrum grauitatis pyramidis eſſe punctum g. ducatur enim linea bd diuidens baſim in duo triangula abd, bcd: ex quibus intelligantur conſtitui duæ pyramides abde, bcde: ſitque pyramidis abde axis eh; & pyramidis bcde axis eK: & iungatur hK, quæ per f tranſibit: eſt enim in ipſa hK centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex triangulis abd, bcd, hoc eſt ipſius quadrilateri. Itaque centrum grauitatis pyramidis abde ſit punctum l: & pyramidis bcde

ſit m. ducta igitur lm ipſi hm lineæ æquidiſtabit. nam el ad

lh eandem habet proportionem, quam em ad mk, uidelicet triplam. quare linea lm ipſam ef ſecabit in puncto g: etenim eg ad gf eſt, ut el ad lh. præterea quoniam hk, lm æquidiſtant, erunt triangula hef, leg ſimilia: itemque inter ſe ſimilia fek gem: & ut ef ad eg, ita hf ad lg: & ita fK ad gm. ergo ut hf ad lg, ita fk ad gm: & permutando ut hf ad fK, ita lg ad gm. ſed cum h ſit centrum trianguli abd; & k trianguli bcd punctum uero f totius quadrilateri abcd centrum: erit ex 8. Archimedis de centro grauitatis plano rum hf ad fk ut triangulum bcd ad triangulum abd: ut, autem bcd triangulum ad triangulum abd, ita pyramis



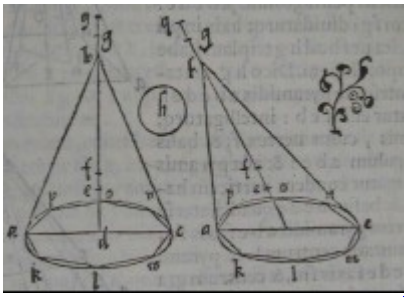
[Figure 58]

bcde ad pyramidem abde. ergo linea lg ad gm erit, ut pyramis bcde ad pyramidem abde. ex quo ſequitur, ut totius pyramidis abcde punctum g ſit grauitatis centrum. Rurſus ſit pyramis baſim habens pentagonum abcde: & axem fg: diuidaturque axis in pun cto h, ita ut fh ad hg triplam habe at proportionem. Dico h grauitatis centrum eſſe pyramidis abcdef. iungatur enim eb: intelligaturque pyramis, cuius uertex f, & baſis triangulum abe: & alia pyramis intelligatur eundem uerticem habens, & baſim bcde quadrilaterum: ſit autem pyramidis abef axis fk & grauitatis centrum l: & pyrami dis bcdef axis fm, & centrum gra uitatis n:iunganturque km, ln; quæ per puncta gh tranſibunt. Rurſus eodem modo, quo ſup ra, demonſtrabimus lineas Kgm, lhn ſibi ipſis æquidiſtare:

& denique punctum h pyramidis abcdef grauitatis eſſe centrum, & ita in aliis.

2. fexti.

Sit conus, uel coni portio axem habens bd: ſeceturque plano per axem, quod ſectionem faciat triangulum abc: & bd axis diuidatur in c, ita ut be ipſius ed ſit tripla. Dico punctum e coni, uel coni portionis, grauitatis eſſe centrum. Si enim fieri poteſt, ſit centrum f: & producatur ef extra figuram in g. quam uero proportionem habet ge ad ef, habeat baſis coni, uelconi portionis, hoc eſt circulus, uel ellipſis circa diametrum ac ad aliud ſpacium, in quo h. Itaque in circulo, uel ellipſi plane deſcribatur rectilinea figura axlmcnop, ita ut quæ relinquuntur portiones ſint minores ſpacio h: & intelligatur pyramis baſim habens rectilineam figuram aKlmcnop, & axem bd; cuius quidem grauitatis centrum erit punctum e, ut iam demonſtrauimus. Et quoniam portiones ſunt minores ſpacio h, circulus, uel ellipſis ad portiones ma-



[Figure 59]

iorem proportionem habet, quam ge ad ef. ſed ut circulus, uel ellipſis ad figuram rectilineam ſibi inſcriptam, ita conus, uel coni portio ad pyramidem, quæ figuram rectilineam pro baſi habet; & altitudinem æqualem: etenim

pra demonſtratum eſt, ita eſſe cylindrum, uel cylindri portionem ad priſma, cuius baſis rectilinea figura, & æqualis altitudo. ergo per conuerſionem rationis, ut circulus, uel ellipſis ad portiones, ita conus, uel coni portio ad portiones ſolidas. quare conus uel coni portio ad portiones ſolidas maiorem habet proportionem, quam ge ad ef: & diuidendo, pyramis ad portiones ſolidas maiorem proportionem habet, quam gf ad fe. fiat igitur qf ad fe ut pyramis ad dictas portiones. Itaque quoniam a cono uel coni portione, cuius grauitatis centrum eſt f, aufertur pyramis, cuius centrum e; reliquæ magnitudinis, quæ ex ſolidis portionibus conſtat, centrum grauitatis erit in linea ef protracta, & in puncto q. quod fieri non poteſt: eſt enim centrum grauitatis intra. Conſtat igitur coni, uel coni portionis grauitatis centrum eſſe pun ctum e. quæ omnia demonſtrare oportebat.

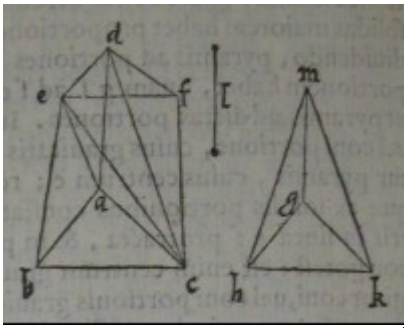
8 huius

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XXIII.

QVODLIBET fruſtum à pyramide, quæ triangularem baſim habeat, abſciſſum, diuiditur in tres pyramides proportionales, in ea proportio ne, quæ eſt lateris maioris baſis ad latus minoris ipſi reſpondens.

Hoc demonſtrauit Leonardus Piſanus in libro, qui depraxi geometriæ inſcribitur. Sed quoniam is adhuc impreſſus non eſt, nos ipſius demonſtrationem breuiter perſtringemus, rem ipſam ſecuti, non uerba. Sit fruſtum pyramidis abcdef, cuius maior baſis triangulum abc, minor def: & iunctis ae, cc, cd, per, lineas ae, ec ducatur planum ſecans fruſtum: itemque per lineas ec, cd; & per cd, da alia plana ducantur, quæ diuident fruſtum in trcs pyramides abce, adce, defc.

Dico eas proportionales eſſe in proportione, quæ eſt lateris ab adlatus de, ita ut earum maior ſit abce, media adce, & minor defc. Quoniam enim lineæ de, ab æquidiſtant; & inter ipſas ſunt triangula abe, ade;



[Figure 60]

erit triangulum abe ad triangulum abe, ut linea ab ad lineam de. ut autem triangulum abe ad triangulum abe, ita pyramis abec ad pyramidem adec: habent enim altitudinem eandem, quæ eſtà puncto cad planum, in quo quadrilaterum abed. ergo ut ab ad de, ita pyramis abec ad pyramidem adec. Rurſus quoniam æquidiſtantes ſunt ac, df; erit eadem ratione pyramis adce ad pyramidem cdfe, ut ac ad df. Sed ut ac ad df, ita ab ad de, quoniam triangula abc, def ſimilia ſunt, ex nona huius. quare ut pyramis abce ad pyramidem abce, ita pyramis adce ad ipſam defc. fruſtum igitur abcdef diuiditur in tres pyramides proportionales in ea proportione, quæ eſt lateris ab ad de latus, & earum maior eſt cabe, media adce, & minor defc. quod demonſtrare oportebat.

1. ſexti.

5. duodecimi.

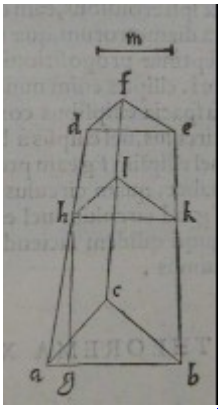
11. quinti.

4 ſexti.

PROBLEMA V. PROPOSITIO XXIIII.

QVODLIBET fruſtum pyramidis, uel coni, uel coni portionis, plano baſi æquidiſtanti ita ſecare, ut ſectio ſit proportionalis inter maiorem, & minorem baſim.

SIT fruſtum pyramidis ae, cuius maior baſis triangulum abc, minor def: & oporteat ipſum plano, quod baſi æquidiſtet, ita ſecare, ut ſectio ſit proportionalis inter triangula abc, def. Inueniatur inter lineas ab, de media proportionalis, quæ ſit bg: & à puncto g erigatur gh æquidiſtans be, ſecansque ad in h: deinde per h ducatur planum baſibus æquidiſtans, cuius ſectio ſit triangulum hkl. Dico triangulum hKl proportionale eſſe inter triangula abc,



[Figure 61]

def, hoc eſt triangulum abc ad triangulum hKl eandem habere proportionem, quam triangulum hKl ad ipſum def. Quoniam enim

lineæ ab, hK æquidiſtantium planorum ſectiones inter ſe æquidiſtant: atque æquidiſtant bk, gh:

linea hk ipſi gb eſt æqualis: & propterea proportionalis inter ab, de. quare ut ab ad hK, ita eſt hk ad de. fiat ut hk ad de, ita de ad aliam lineam, in qua ſit m. erit ex æquali ut ab ad de, ita hk ad

m. Et quoniam triangula abc, hKl, def ſimilia ſunt; triangulum

abc ad triangulum hkl eſt, ut linea ab ad lineam de: triangulum

autem hkl ad ipſum def eſt, ut hk ad m. ergo triangulum abc ad triangulum hkl eandem proportionem habet, quam triangulum hKl ad ipſum def. Eodem modo in aliis fruſtis pyramidis idem demonſtrabitur.

16. unde
cimi

34. primi

9. huius
corol.

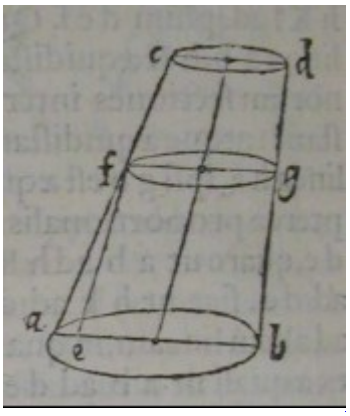
20. ſexti

11. quinti

Sit fruſtum coni, uel coni portionis ad: & ſecetur plano
per axem, cuius ſectio ſit abcd, ita ut maior ipſius baſis ſit
circulus, uel ellipſis circa diametrum ab; minor circa cd.
Rurſus inter lineas ab, cd inueniatur proportionalis be:
& ab e ducta ef æquidiſtante bd, quæ lineam ca in f ſecet,

per f planum baſibus æquidiſtans ducatur, ut ſit ſectio cir
culus, uel ellipſis circa diametrum fg. Dico ſectionem ab
ad ſectionem fg eandem proportionem habere, quam fg
ad ipſam cd. Simili enim ratione, qua ſupra, demonſtrabi-
tur quadratum ab ad quadratum fg ita eſſe, ut quadratum

fg ad cd quadratum. Sed circuli inter ſe eandem propor-
tionem habent, quam diametrorum quadrata. ellipſes au-
tem circa ab, fg, cd, quæ ſimiles ſunt, ut oſtendimus in com-
mentariis in principium libri Archimedis de conoidibus,
& ſphæroidibus, eam habent proportionem, quam quadra
ta diametrorum, quæ eiuſdem rationis ſunt, ex corollario-



[Figure 62]

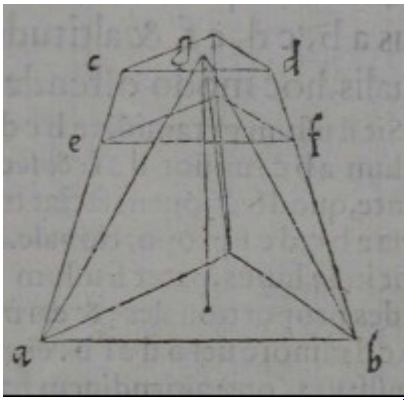
ſeptimæ propoſitionis eiuſdem li-
bri. ellipſes enim nunc appello ip-
ſa ſpacia ellipſibus contenta. ergo
circulus, uel ellipſis ab ad circulum,
uel ellipſim fg eam proportionem
habet, quam circulus, uel ellipſis
fg ad circulum uel ellipſim cd.
quod quidem faciendum propo-
ſuimus.

2. duode
cimi

THEOREMA XX. PROPOSITIO XXV.

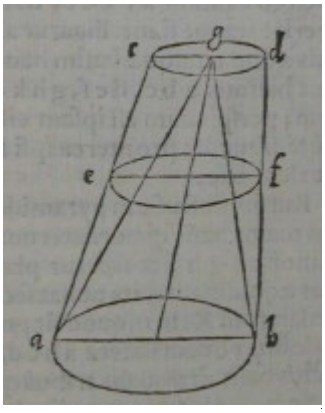
QVODLIBET fruſtum pyramidis, uel coni,
uel coni portionis ad pyramidem, uel conum, uel
coni portionem, cuius baſis eadem eſt, & æqualis
altitudo, eandem proportionem habet, quam utræ
que baſes, maior, & minor ſimul ſumptæ vnà cum
ea, quæ inter ipſas ſit proportionalis, ad baſim ma
iorem.

SIT fruſtum pyramidis, uel coni, uel coni portionis ad, cuius maior baſis ab, minor cd. & ſecetur altero plano baſi æquidiſtante, ita ut ſectio ef ſit proportionalis inter baſes ab, cd. conſtituatur autem pyramis, uel conus, uel coni portio agb, cuius baſis ſit eadem, quæ baſis maior fru-



[Figure 63]

ſti, & altitudo æqualis. Dico fruſtum ad ad pyramidem, uel conum, uel coni portionem agb eandem proportionem habere, quam utræque baſes, ab, cd unà cum ef ad baſim ab. eſt enim fruſtum ad æquale pyramidi, uel cono, uel coni portioni, cuius baſis ex tribus baſibus ab, ef, cd conſtat; & altitudo ipſius altitudini eſt æqualis: quod mox oſtendemus. Sed pyrami



[Figure 64]

des, coni, uel coni portiones, quæ ſunt æquali altitudine, eandem inter ſe, quam baſes, proportionem habent, ſicu-

ti demonſtratum eſt, partim

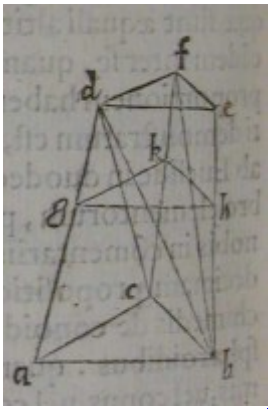
ab Euclide in duodecimo li-
bro elementorum, partim à
nobis in commentariis in un-
decimam propoſitionem Ar-
chimedis de conoidibus, &
ſphæroidibus. quare pyra-
mis, uel conus, uel coni por-
tio, cuius baſis eſt tribus illis
baſibus æqualis ad agb eam
habet proportionem, quam
baſes ab, ef, cd ad ab baſim. Fruſtum igitur ad ad agb

pyramidem, uel conum, uel coni portionem eandem proportionem habet, quam baſes ab, cd unà cum ef ad baſim ab. quod demonſtrare uolebamus.

6. 11. duo
decimi

Fruſtum uero ad æquale eſſe pyramidi, uel co
no, uel coni portioni, cuius baſis conſtat ex baſibus ab, cd, ef, & altitudo fruſti altitudini eſt æqualis, hoc modo oſtendemus.

Sit fruſtum pyramidis abcdef, cuius maior baſis triangulum abc; minor def: & ſecetur plano baſibus æquidiſtante, quod ſectionem faciat triangulum ghk inter triangula abc, def proportionale. Iam ex iis, quæ demonſtrata ſunt in 23. huius, patet fruſtum abcdef diuidi in tres pyra
mides proportionales; & earum maiorem eſſe pyramidem abcd minorem uero defb. ergo pyramis à triangulo ghk conſtituta, quæ altitudinem habeat fruſti altitudini æqualem, proportionalis eſt inter pyramides abcd, defb: & idcirco fruſtum abcdef tribus dictis pyramidibus æqua



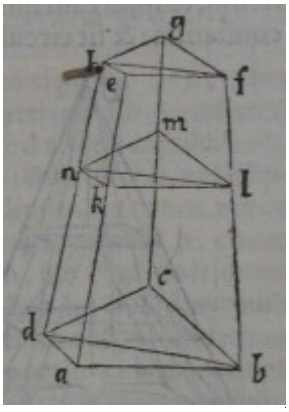
[Figure 65]

le erit. Itaque ſi intelligatur alia pyramis æque alta, quæ baſim habeat ex tri
bus baſibus abc, def, ghk conſtantem; perſpicuum eſt ipſam eiſdem pyramidibus, & propterea ipſi fruſto æqualem eſſe.

Rurſus ſit fruſtum pyramidis ag, cu
ius maior baſis quadrilaterum abcd, minor efgh: & ſecetur plano baſibus æquidiſtante, ita ut fiat ſectio quadrilaterum Klmn, quod ſit proportio
nale inter quadrilatera abcd, efgh. Dico pyramidem,

cuius baſis ſit æqualis tribus quadrilateris abcd, klmn, efgh, & altitudo æqualis altitudini fruſti, ipſi fruſto ag æqualem eſſe. Ducatur enim planum per lineas fb, hd,

quod diuidat fruſtum in duo fruſta triangulares baſes habentia, uidelicet in fruſtum abdefh, & in fruſtum bcdfgh. erit triangulum kln proportionale inter triangula abd, efh: & triangulum lmn proportionale inter bcd, fgh. ſed pyramis æque alta, cuius baſis conſtat ex tribus trian-



[Figure 66]

gulis abd, klz, efh, demonſtrata eſt fruſto abdcfh æqualis. & ſimiliter pyramis, cuius baſis conſtat ex triangulis bcd, lmn, fgh æqualis fruſto bcdfgh: componuntur autem tria quadrilatera a bcd, klmn, efgh è ſex triangulis iam dictis. pyramis igitur baſim habens æqualem tribus quadrilateris, & altitudinem eandem ipſi fruſto ag eſt æqualis. Eodem modo illud demonſtrabitur in aliis eiuſmodi fruſtis.

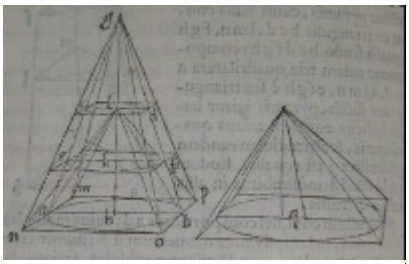
Sit fruſtum coni, uel coni portionis ad; cuius maior baſis circulus, uel ellipſis circa diametrum ab; minor circa c d: & ſecetur plano, quod baſibus æquidiſtet, faciatque ſectionem circulum, uel ellipſim circa diametrum ef, ita ut inter circulos, uel ellipſes ab, cd ſit proportionalis. Dico conum, uel coni portionem, cuius baſis eſt æqualis tribus circulis, uel tribus ellipſibus ab, ef, cd; & altitudo eadem, quæ fruſti ad, ipſi fruſto æqualem eſſe. producatur enim fruſti ſuperficies quouſque coeat in unum punctum, quod ſit g: & coni, uel coni portionis agb axis ſit gh, occurrens planis ab, ef, cd in punctis hkl: circa circulum uero deſcribatur quadratum mnop, & circa ellipſim rectangulum mnop, quod ex ipſius diametris conſtat: iunctisque gm, g n, go, gp, ex eodem uertice intelligatur pyramis baſim habens dictum quadratum, uel rectangulum: & plana in quibus ſunt circuli, uel ellipſes ef, cd uſque ad eius latera

producantur. Quoniam igitur pyramis ſecatur planis baſi

æquidiſtantibus, ſectiones ſimiles erunt: atque erunt quadrata, uel rectangula circa circulos, uel ellipſes deſcripta, quemadmodum & in ipſa baſi. Sed cum circuli inter ſe eam

proportionem habeant, quam diametrorum quadrata: itemque ellipſes eam quam rectangula ex ipſarum diametris

conſtantia: & ſit circulus, uel ellipſis circa diametrum ef



[Figure 67]

proportionalis inter circulos, uel ellipſes ab, cd; erit rectangulum ef etiam inter rectangula ab, cd proportionale: per rectangulum enim nunc breuitatis cauſa etiam ipſum quadratum intelligemus. quare ex iis, quæ proxime dicta ſunt, pyramis baſim habens æqualem dictis rectangu lis, & altitudinem eandem, quam fruſtum ad, ipſi fruſto à pyramide abſciſſo æqualis probabitur. ut autem rectangu lum cd ad rectangulum ef, ita circulus, uel ellipſis cd ad ef circulum, uel ellipſim: componendoque ut rectangula cd, e f, ad ef rectangulum, ita circuli, uel ellipſes ed, ef, ad ef: & ut rectangulum ef ad rectangulum ab, ita circulus, uel ellipſis ef ad ab circulum, uel ellipſim. ergo ex æquali, & componendo, ut rectangula cd, ef, ab ad ipſum ab, ita

culi, uel ellipſes cd, ef ab ad circulum, uel ellipſim ab. Intelligatur pyramis q baſim habens æqualem tribus rectangulis ab, ef, cd; & altitudinem eandem, quam fruſtum ad. intelligatur etiam conus, uel coni portio q, eadem altitudine, cuius baſis ſit tribus circulis, uel tribus ellipſibus ab, ef, cd æqualis. poſtremo intelligatur pyramis alb, cuius. baſis ſit rectangulum mnop, & altitudo eadem, quæ fruſti: itemque intelligatur conus, uel coni portio alb, cuius baſis circulus, uel ellipſis circa diametrum ab, & eadem altitudo. ut igitur rectangula ab, ef, cd ad rectangulum ab, ita pyramis q ad pyramidem alb; & ut circuli, uel ellipſes ab, ef, cd ad ab circulum, uel ellipſim, ita conus, uel coni portio q ad conum, uel coni portionem alb. conus igitur, uel coni portio q ad conum, uel coni portionem alb eſt, ut pyramis q ad pyramidem alb. ſed pyramis alb ad pyramidem agb eſt, ut altitudo ad altitudinem, ex 20. huius: & ita eſt conus, uel coni portio alb ad conum, uel coni portionem agb ex 14. duodecimi elementorum, & ex iis, quæ nos demonſtrauimus in commentariis in undecimam de conoidibus, & ſphæroidibus, propoſitione quarta. pyramis autem agb ad pyramidem cgd proportionem habet compoſitam ex proportione baſium & proportione altitudinum, ex uigeſima prima huius: & ſimiliter conus, uel coni portio agb ad conum, uel coni portionem cgd proportionem habet compoſitam ex eiſdem proportionibus, per ea, quæ in dictis commentariis demonſtrauimus, propoſitione quinta, & ſexta: altitudo enim in utriſque eadem eſt, & baſes inter ſe ſe eandem habent proportionem. ergo ut pyramis agb ad pyramidem cgd, ita eſt conus, uel coni portio agb ad agd conum, uel coni portionem: & per conuerſionem rationis, ut pyramis agb ad fruſtum à pyramide abſciſſum, ita conus uel coni portio agb ad fruſtum ad. ex æquali igitur, ut pyramis q ad fruſtum à pyramide abſciſſum, ita conus uel coni portio q ad

fruſtum ad. Sed pyramis q æqualis eſt fruſto à pyramide abſciſſo, ut demonſtrauimus. ergo & conus, uel coni portio q, cuius baſis ex tribus circulis, uel ellipſibus ab, ef, cd conſtat, & altitudo eadem, quæ fruſti: ipſi fruſto ad eſt æqualis. atque illud eſt, quod demonſtrare oportebat.

9 huius

2. duodecimi.

7. de conoidibus & ſphæroidibus

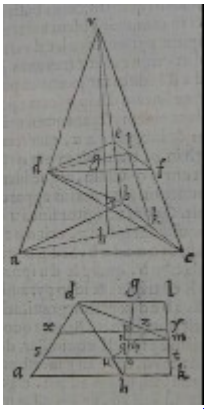
6. II. duo decimi

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

CVIVSLIBET fruſti à pyramide, uel cono, uel coni portione abſcisſi, centrum grauitatis eſt in axe, ita ut eo primum in duas portiones diuiſo, portio ſuperior, quæ minorem baſim attingit ad portionem reliquam eam habeat proportionem, quam duplum lateris, uel diametri maioris baſis, vnà cum latere, uel diametro minoris, ipſi reſpondente, habet ad duplum lateris, uel diametri minoris baſis vnà cum latere, uel diametro maioris: deinde à puncto diuiſionis quarta parte ſuperioris portionis in ipſa ſumpta: & rurſus ab inferioris portionis termino, qui eſt ad baſim maiorem, ſumpta quarta parte totius axis: centrum ſit in linea, quæ his finibus continetur, atque in eo li

tem propinquiorem minori baſi, eandem proportionem habeat, quam fruſtum ad pyramidem, uel conum, uel coni portionem, cuius baſis ſit eadem, quæ baſis maior, & altitudo fruſti altitudini æqualis.

Sit fruſtum ae a pyramide, quæ triangularem baſim habeat abſciſſum: cuius maior baſis triangulum abc, minor def; & axis gh. ducto autem plano per axem & per lineam da, quod ſectionem faciat dakl quadrilaterum; puncta Kl lineas bc, ef bifariam ſecabunt. nam cum gh ſit axis fruſti: erit h centrum grauitatis trianguli abc: & g



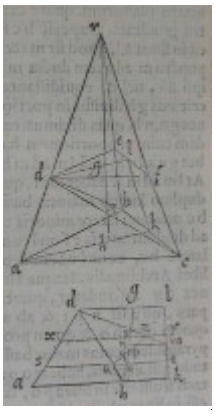
[Figure 68]

centrum trianguli def: centrum uero cuiuslibet triangu li eſt in recta linea, quæ ab angulo ipſius ad dimidiam baſim ducitur ex decimatertia primi libri Archimedis de centro gra

uitatis planorum. quare centrum grauitatis trapezii bcfe eſt in linea kl, quod ſit m: & à puncto m ad axem ducta mn ipſi ak, uel dl æquidiſtante; erit axis gh diuiſus in portiones gn, nh, quas diximus: ean dem enim proportionem habet gn ad nh, quam lm ad mk. At lm ad mK habet eam, quam duplum lateris maioris baſis bc una cum latere minoris ef ad duplum lateris ef unà cum latere bc, ex ultima eiuſdem libri Archimedis. Itaque à linea ng abſcindatur, quarta pars, quæ fit np: & ab axe hg abſcindatur itidem quarta pars ho: & quam proportionem habet fruſtum ad pyramidem, cuius maior baſis eſt triangulum abc, & altitudo ipſi æqualis; habeat op ad pq. Dico centrum graui-

tatis fruſti eſſe in linea po, & in puncto q. namque ipſum
eſſe in linea gh manifeſte conſtat. protractis enim fruſti pla

nis, quouſque in unum punctum r conueniant; erit pyramidis abcr, & pyramidis defr grauitatis centrum in linea rh. ergo & reliquæ magnitudinis, uidelicet fruſti centrum in eadem linea neceſſario comperietur. Iungantur db, dc, dh, dm: & per lineas db, dc ducto altero plano intelligatur fruſtum in duas pyramides diuiſum: in pyramidem quidem, cuius baſis eſt triangulum abc, uertex d: & in eam, cuius idem uertex, & baſis trapezium bcfe. erit igitur pyramidis abcd axis dh, & pyramidis bcfed axis d m: atque erunt tres axes gh, dh, dm in eodem plano daKl. ducatur præterea per o linea ſt ipſi aK æquidiſtans, quæ lineam dh in u ſecet: per p uero ducatur xy æquidi-



[Figure 69]

ſtans eidem, ſecansque dm in z: & iungatur zu, quæ ſecet gh in φ. tranſibit ea per q: & erunt φq unum, atque idem punctum; ut inferius apparebit. Quoniam igitur linea uo

æquidiſtat ipſi dg, erit du ad uh, ut go ad oh. Sed go tripla eſt oh. quare & du ipſius uh eſt tripla: & ideo pyramidis abcd centrum grauitatis erit punctum u. Rurſus quoniam zy ipſi dl æquidiſtat, dz ad zm eſt, ut ly ad ym: eſtque ly ad ym, ut gp ad pn. ergo dz ad zm eſt, ut gp ad pn. Quòd cum gp ſit tripla pn; erit etiam dz ipſius zm tripla. atque ob eandem cauſ-

ſam punctum z eſt centrum gra-
uitatis pyramidis bcfed. iun
cta igitur zu, in ea erit centrum

grauitatis magnitudinis, quæ ex utriſque pyramidibus con
ſtat; hoc eſt ipſius fruſti. Sed fruſti centrum eſt etiam in a-
xe gh. ergo in puncto φ, in quo lineæ zu, gh conueniunt.

Itaque uφ ad φz eam proportionem habet, quam pyramis
bcfed ad pyramidem abcd. & componendo uz ad zφ
eam habet, quam fruſtum ad pyramidem abcd. Vt uero
uz ad zφ, ita op ad pφ ob ſimilitudinem triangulorum,
uoφ, zpφ. quare op ad pφ eſt ut fruſtum ad pyramidem
abcd. ſed ita erat op ad pq. æquales igitur ſunt pφ, pq: &

qφ unum atque idem punctum. ex quibus ſequitur lineam.
zu ſecare op in q: & propterea punctum q ipſius fruſti gra-
uitatis centrum eſſe.

3. diffi. hu
ius.

Vltima e-
iuſdem libri
Archime-
dis.

2. ſexti.

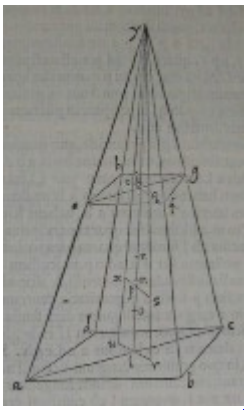
8. primi
libri Ar-
chimedis
de centro
grauta-
tis plano
rum

7. quinti.

Sit fruſtum ag à pyramide, quæ quadrangularem baſim
habeat abſciſſum, cuius maior baſis abcd, minor efgh,
& axis kl. diuidatur autem primum kl, ita ut quam propor-
tionem habet duplum lateris ab unà cum latere ef ad du
plum lateris ef unà cum ab; habeat km ad ml. deinde à
puncto m ad k ſumatur quarta pars ipſius mk quæ ſit mn.
& rurſus ab l ſumatur quarta pars totius axis lk, quæ ſit
lo. poſtremo fiat on ad np, ut fruſtum ag ad pyramidem,
cuius baſis ſit eadem, quæ fruſti, & altitudo æqualis. Dico
punctum p fruſti ag grauitatis centrum eſſe. ducantur
enim ac, eg: & intelligantur duo fruſta triangulares ba-
ſes habentia, quorum alterum lf ex baſibus abc, efg con-
ſtet; alterum lh ex baſibus acd, egh. Sitque fruſti lf axis
qr; in quo grauitatis centrum s: fruſti uero lh axis tu, &

x grauitatis centrum: deinde iungantur ur, tq, xs. tranſibit ur per l: quoniam l eſt centrum grauitatis quadranguli abcd: & puncta ru grauitatis centra triangulorum abc, acd; in quæ quadrangulum ipſum diuiditur. eadem quoque ratione tq per punctum k tranſibit. At uero proportiones, ex quibus fruſtorum grauitatis centra inquirimus, eædem ſunt in toto fruſto ag, & in fruſtis lf, lh. Sunt enim per octauam huius quadrilatera abcd, efgh ſimilia:

itemque ſimilia triangula abc, efg: & acd, egh. idcircoque latera ſibi ipſis reſpondentia eandem inter ſeſe proportionem ſeruant. Vt igitur duplum lateris ab unà cum latere ef ad duplum lateris ef unà cum ab, ita eſt



[Figure 70]

duplum ad lateris una cum latere eh ad duplum eh unà cum ad: & ita in aliis. Rurſus fruſtum ag ad pyramidem, cuius eadem eſt baſis, & æqualis altitudo eandem proportionem habet, quam fruſtum lf ad pyramidem, quæ eſt eadem baſi, & æquali altitudine: & ſimiliter quam lh fruſtum ad pyramidem, quæ ex eadem baſi, & æquali altitudine conſtat. nam ſi inter ipſas baſes mediæ proportionales conſtituantur, tres baſes ſimul ſumptæ ad maiorem baſim in omnibus eodem modo ſe habebunt. Vnde fit, ut axes Kl, qr, tu à punctis psx in eandem proportionem ſecen-

tur. ergo linea xs per p tranſibit: & lineæ ru, sx, qt in-
ter ſe æquidiſtantes erunt. Itaque cum fruſti ag latera pro-

ducta ſuerint, ita ut in unum punctum y coeant, erunt trian
gula uyl, xyp, tyk inter ſe ſimilia: & ſimilia etiam triangu
la lyr, pys, kyq quare ut in 19 huius, demonſtrabitur
xp, ad ps: itemque tk ad kq eandem habere proportionem,
quam ul ad lr. Sed ut ul ad lr, ita eſt triangulum abc ad
triangulum acd: & ut tk ad Kq, ita triangulum efg ad
triangulum egh. Vt autem triangulum abc ad triangu-
lum acd, ita pyramis abcy ad pyramidem acdy. & ut
triangulum efg ad triangulum egh, ita pyramis efgy
ad pyramidem eghy; ergo ut pyramis abcy ad pyramidem

a cdy, ita pyramis efgy ad pyramidem eghy. reliquum
igitur fruſtum lf ad reliquum fruſtum lh eſt ut pyramis abcy
ad pyramidem acdy, hoc eſt ut ul ad r, & ut xp ad ps.
Quòd cum fruſti lf centrum grauitatis ſits: & fruſti lh ſit

centrum x: conſtat punctum p totius fruſti ag grauitatis
eſſe centrum. Eodem modo fiet demonſtratio etiam in
aliis pyramidibus.

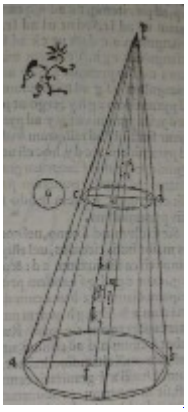
a. ſexti.

19. quinti

8. Archi-
medis.

Sit fruſtum ad à cono, uel coni portione abſciſſum, eu-
ius maior baſis circulus, uel ellipſis circa diametrum ab;
minor circa diametrum cd: & axis ef. diuidatur autem ef
in g, ita ut eg ad gf eandem proportionem habeat, quam
duplum diametri ab unà cum diametro ed ad duplum cd
unà cum ab. Sitque gh quarta pars lineæ ge: & ſit ſ K item
quarta pars totius fe axis. Rurſus quam proportionem
habet fruſtum ad ad conum, uel coni portionem, in eadem
baſi, & æquali altitudine, habeat linea Kh ad hl. Dico pun-
ctum l fruſti ad grauitatis centrum eſſe. Si enim fieri po-
teſt, ſit m centrum: producaturque lm extra fruſtum in n:
& ut nl ad lm, ita fiat circulus, uel ellipſis circa diametrum
ab ad aliud ſpacium, in quo ſit o. Itaque in circulo, uel
ellipſi circa diametrum ab rectilinea figura plane deſcri-
batur, ita ut quæ relinquuntur portiones ſint o ſpacio mi-
nores: & intelligatur pyramis apb, baſim habens rectili-
neam figuram in circulo, uel ellipſi ab deſcriptam: à qua

fruſtum pyramidis ſit abſciſſum. erit ex iis quæ proxime tradidimus, fruſti pyramidis ad centrum grauitatis l. Quo niam igitur portiones ſpacio o minores ſunt; habebit cir



[Figure 71]

culus, uel ellipſis ab ad portiones dictas maiorem proportionem, quàm nl ad lm. ſed ut circulus, uel ellipſis ab ad portiones, ita apb conus, uel coni portio ad ſolidas portio- nes, id quod ſupra demon ſtratum eſt: & ut circulus

uel ellipſis cd ad portio- nes, quæ ip ſi inſunt, ita co nus, uel coni portio cpd ad ſolidas ipſius portio- nes. Quòd cum figuræ in circulis, uel ellipſibus ab cd deſcriptæ ſimiles ſint, erit proportio circuli, uel ellipſis ab ad ſuas portio nes, eadem, quæ circuli uel ellipſis cd ad ſuas. ergo conus, uel coni portio ap b ad portiones ſolidas ean- dem habet proportionem, quam conus, uel coni por tio cpd ad ſolidas ipſius

portiones. reliquum igi- tur coni, uel coni portionis fruſtum, ſcilicet ad ad reliquas portiones ſolidas in ipſo contentas eandem proportionem habet, quam conus, uel coni portio apb ad ſolidas portio

nes: hoc eſt eandem, quam circulus, uel ellipſis ab ad por
tiones planas. quare fruſtum coni, uel coni portionis ad

ad portiones ſolidas maiorem habet proportionem, quàm nl ad lm: & diuidendo fruſtum pyramidis ad dictas portiones maiorem proportionem habet, quàm nm ad ml. fiat igitur ut fruſtum pyramidis ad portiones, ita qm ad m l. Itaque quoniam à fruſto coni, uel coni portionis ad, cuius grauitatis centrum eſt m, aufertur fruſtum pyramidis habens centrum l; erit reliquæ magnitudinis, quæ ex portionibus ſolidis conſtat; grauitatis centrum in linea lm producta, atque in puncto q, extra figuram poſito: quod fieri nullo modo poteſt. relinquitur ergo, ut punctum l ſit fruſti ad grauitatis centrum. quz omnia demonſtranda proponebantur.

22. huius

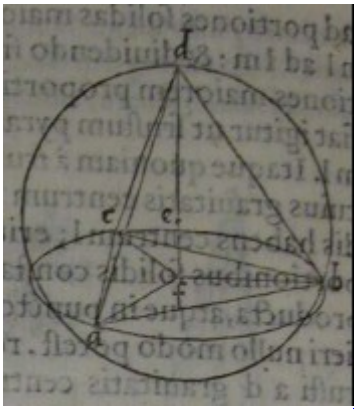
19. quínti

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

OMNIVM ſolidorum in ſphæra deſcriptorum, quæ æqualibus, & ſimilibus baſibus continentur, centrum grauitatis eſt idem, quod ſphæræ centrum.

Solida eiuſmodi corpora regularia appellare ſolent, de quibus agitur in tribus ultimis libris elementorum: ſunt autem numero quinque, tetrahedrum, uel pyramis, hexahedrum, uel cubus, octahedrum, dodecahedrum, & icoſahedrum.

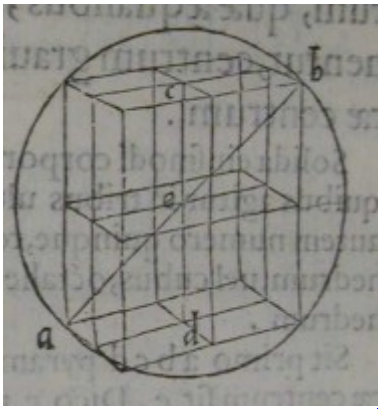
Sit primo abcd pyramis im ſphæra deſcripta, cuius ſphæræ centrum ſit e. Dico e pyramidis abcd grauitatis eſſe centrum. Si enim iuncta dc producatur ad baſim abc in f; ex iis, quæ demonſtrauit Campanus in quartodecimo libro elementorum, propoſitione decima quinta, & decima ſeptima, erit f centrum circuli circa triangulum abc deſcripti: atque erit ef ſexta pars ipſius ſphæræ axis. quare ex prima huius conſtat trianguli abc grauitatis centrum eſſe punctum f: & idcirco lineam df eſſe pyramidis axem.



[Figure 72]

At cum ef ſit ſexta pars axis ſphæræ, erit d tripla ef. ergo punctum e eſt grauitatis centrum ipſius pyramidis: quod in uigeſima ſecunda huius demonſtratum ſuit. Sed e eſt cen trum ſphæræ. Sequitur igitur, ut centrum grauitatis pyramidis in ſphæra deſcriptæ idem ſit, quod ipſius ſphæræ centrum.

Sit cubus in ſphæra deſcriptus ab, & oppoſitorum planorum lateribus bifariam diuiſis, per puncta diuiſionum plana ducantur, ut communis ipſorum ſectio ſit recta linea cd. Itaque ſi ducatur ab, ſolidi ſcilicet diameter, lineæ ab, cd ex trigeſimanona undecimi ſeſe bifariam ſecabunt.



[Figure 73]

ſecent autem in puncto e. erit, e centrum grauitatis ſolidi ab, id quod demonſtratum eſt in octaua huius. Sed quoniam ab eſt ſphæræ diametro æqualis,

ut in decima quinta propoſi-
tione tertii decimi libri elemen
torum oſtenditur: punctum e
ſphæræ quoque centrum erit.
Cubi igitur in ſphæra deſcri-
pti grauitatis centrum idem
eſt, quod centrum ipſius ſphæræ.

Sit octahedrum abcdef, in ſphæra deſcriptum, cuius
ſphæræ centrum ſit g. Dico punctum g ipſius octahedri
grauitatis centrum eſſe. Conſtat enim ex iis, quæ demon-
ſtrata ſunt à Campano in quinto decimo libro elemento-
rum, propoſitione ſextadecima eiuſmodi ſolidum diuidi
in duas pyramides æquales, & ſimiles; uidelicet in

dem, cuius baſis eſt quadratum abcd, & altitudo eg: &
in pyramidem, cuius eadem baſis, altitudoque fg; ut ſint eg,
gf ſemidiametri ſphæræ, & linea una. Cum igitur g ſit ſphæ-
ræ centrum, erit etiam centrum circuli, qui circa quadratum
abcd deſcribitur: & propterea eiuſdem quadrati grauita
tis centrum: quod in prima propoſitione huius demon-
ſtratum eſt. quare pyramidis abcde axis erit eg: & pyra
midis abcdf axis fg. Itaque ſit h centrum grauitatis py-
ramidis abcde, & pyramidis abcdf centrum ſit K: per-
ſpicuum eſt ex uigeſima ſecunda propoſitione huius, lineam

[Figure 74]

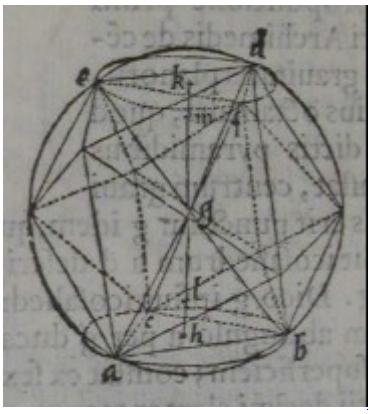
ch triplam eſſe hg: com
ponendoque eg ipſius g
h quadruplam. & eadem
ratione fg quadruplam
ipſius gk quod cum e
g, gf ſint æquales, & h
g, g K neceſſario æqua-
les erunt. ergo ex quar
ta propoſitione primi
libri Archimedis de cen-
tro grauitatis planorum,
totius octahedri, quod
ex dictis pyramidibus
conſtat, centrum graui
tatis erit punctum g idem, quod ipſius ſphæræ centrum.

Sit icoſahedrum ad deſcriptum in ſphæra, cuius centrum
ſit g. Dico g ipſius icoſahedri grauitatis eſſe centrum. Si
enim ab angulo a per g ducatur recta linea uſque ad ſphæ
ræ ſuperficiem; conſtat ex ſexta decima propoſitione libri
tertii decimi elementorum, cadere eam in angulum ipſi a
oppoſitum. cadat in d: ſitque una aliqua baſis icoſahedri tri-
angulum abc: & iunctæ bg, producantur, & cadant in
angulos ef, ipſis bc oppoſitos. Itaque per triangula
abc, def ducantur plana ſphæram ſecantia. erunt hæ

ctiones circuli ex prima propoſitione ſphæricorum Theo
doſii: unus quidem circa triangulum abc deſcriptus: al-
ter uero circa def: & quoniam triangula abc, def æqua-
lia ſunt, & ſimilia; erunt ex prima, & ſecunda propoſitione
duodecimi libri elementorum, circuli quoque inter ſe ſe
æquales. poſtremo a centro g ad circulum abc perpendi
cularis ducatur gh; & alia perpendicularis ducatur ad cir
culum def, quæ ſit gk; & iungantur ah, dk perſpicuum
eſt ex corollario primæ ſphæricorum Theodoſii, punctum
h centrum eſſe circuli abc, & k centrum circuli def. Quo
niam igitur triangulorum gah, gdK latus ag eſt æquale la
teri gd; ſunt enim à centro ſphæræ ad ſuperficiem: atque
eſt ah æquale dk: & ex ſexta propoſitione libri primi ſphæ
ricorum Theodoſii gh ipſi gK: triangulum gah æquale
erit, & ſimile gdk triangulo: & angulus agh æqualis an-

gulo dg K. ſed anguli agh, hgd ſunt æquales duobus re-
ctis. ergo & ipſi hgd, dgk duobus rectis æquales erunt.

& idcirco hg, g K una, atque eadem erit linea. cum autem



[Figure 75]

h ſit centrum circuli, & tri-
anguli abc grauitatis cen
trum probabitur ex iis, quæ
in prima propoſitione hu
ius tradita ſunt. quare gh
erit pyramidis abcg axis.
& ob eandem cauſſam gk
axis pyramidis defg. lta-
que centrum grauitatls py
ramidis abcg ſit punctum
l, & pyramidis defg ſit m.
Similiter ut ſupra demon-
ſtrabimus mg, gl inter ſe æquales eſſe, & punctum g graui
tatis centrum magnitudinis, quæ ex utriſque pyramidibus

conſtat. eodem modo demonſtrabitur, quarumcunque
duarum pyramidum, quæ opponuntur, grauitatis centrum

eſſe punctum g. Sequitur ergo ut icoſahedri centrum gra uitatis ſit idem, quod ipſius ſphæræ centrum.

13. primi

14. primi

Sit dodecahedrum af in ſphæra deſignatum, ſitque ſphæ ræ centrum m. Dico m centrum eſſe grauitatis ipſius do- decahedri. Sit enim pentagonum abcde una ex duode- cim baſibus ſolidi af: & iuncta am producatur ad ſphæræ ſuperficiem. cadet in angulum ipſi a oppoſitum; quod col- ligitur ex decima ſeptima propoſitione tertiidecimi libri elementorum. cadat in f. at ſi ab aliis angulis bcde per cen trum itidem lineæ ducantur ad ſuperficiem ſphæræ in pun cta ghkl; cadent hæ in alios angulos baſis, quæ ipſi abcd baſi opponitur. tranſeant ergo per pentagona abcde, fghKl plana ſphæram ſecantia, quæ facient ſectiones cir- culos æquales inter ſe ſe: poſtea ducantur ex centro ſphæræ

[Figure 76]

m perpendiculares ad pla- na dictorum circulorum; ad circulum quidem abcde perpendicularis mn: & ad circulum fghKl ipſa mo,

erunt puncta no circulorum centra: & lineæ mn, mo in ter ſe æquales: quòd circu-

li æquales ſint. Eodem mo do, quo ſupra, demonſtrabi mus lineas mn, mo in unam atque eandem lineam con- uenire. ergo cum puncta no ſint centra circulorum, con- ſtat ex prima huius & pentagonorum grauitatis eſſe centra:

idcircoque mn, mo pyramidum abcdem, fghklm axes.
ponatur abcdem pyramidis grauitatis centrum p: & py
ramidis fghklm ipſum q centrum. erunt pm, mq æqua-
les, & punctum m grauitatis centrum magnitudinis, quæ
ex ipſis pyramidibus conſtat. eodem modo probabitur qua-
rumlibet pyramidum, quæ è regione opponuntur, centrum

grauitatis eſſe punctum m. patet igitur totius dodecahe-
dri, centrum grauitatis idem eſſe, quod & ſphæræ ipſum com
prehendentis centrum. quæ quidem omnia demonſtraſſe
oportebat.

corol. pri
mæ ſphæ
ricorum
Theod.6. primi
sphærico
rum.

PROBLEMA VI. PROPOSITIO XXVIII.

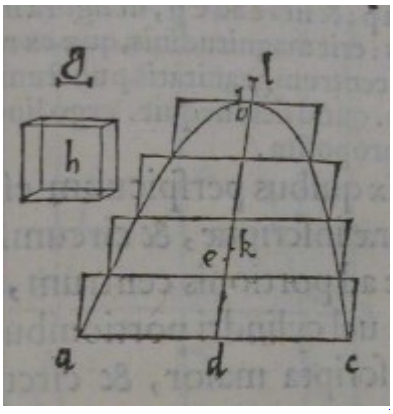
DATA qualibet portione conoidis rectangu
li, abſciſſa plano ad axem recto, uel non recto; fie-
ri poteſt, ut portio ſolida inſcribatur, uel circum-
ſcribatur ex cylindris, uel cylindri portionibus,
æqualem habentibus altitudinem, ita ut recta li-
nea, quæ inter centrum grauitatis portionis, &
figuræ inſcriptæ, uel circumſcriptæ interiicitur,
ſit minor qualibet recta linea propoſita.

Sit portio conoidis rectanguli abc, cuius axis bd, gra-
uitatisque centrum e: & ſit g recta linea propoſita. quam ue
ro proportionem habet linea be ad lineam g, eandem ha-
beat portio conoidis ad ſolidum h: & circumſcribatur por
tioni figura, ſicuti dictum eſt, ita ut portiones reliquæ ſint
ſolido h minores: cuius quidem figuræ centrum grauitatis
ſit punctum k. Dico lineam ke minorem eſſe linea g propo-
ſita. niſi enim ſit minor, uel æqualis, uel maior erit. & quo-
niam figura circumſcripta ad reliquas portiones maiorem

proportionem habet, quàm portio conoidis ad ſolidum h;
hoc eſt maiorem, quàm bc ad g: & be ad g non minorem
habet proportionem, quàm ad ke, propterea quod ke non
ponitur minor ipſa g: habebit figura circumſcripta ad por
tiones reliquas maiorem proportionem quàm be ad ek:

& diuidendo portio conoidis ad reliquas portiones habe-
bit maiorem, quàm bk ad Ke. quare ſi fiat ut portio

noidis ad portiones reliquas, ita alia linea, quæ ſit lk ad ke: erit lk maior, quam bk: & ideo punctum l extra por-



[Figure 77]

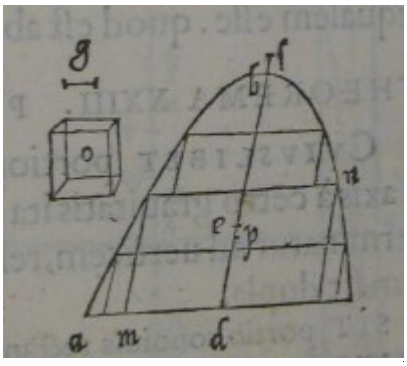
tionem cadet. Quoniam igitur à figura circumſcripta, cuius grauitatis centrum eſt k, aufertur portio conoidis, cuius centrum e. habetque lK ad Ke eam proportionem, quam portio conoidis ad reliquas portiones; erit punctum l extra portionem cadens, centrum magnitudinis ex reliquis portionibus compoſitæ. illud autem fieri nullo modo poteſt. quare conſtat lineam ke ipſa g linea propoſita minorem eſſe.

8. quínti.

29. quínti ex traditione Cam-

.

Rurſus inſcribatur portioni figura, uidelicet cylindrus



[Figure 78]

mn, ut ſit ipſius altitudo
æqualis dimidio axis bd:
& quam proportionem
habet be ad g, habeat mn
cylindrus ad ſolidum o.
inſcribatur deinde eidem
alia figura, ita ut portio-
nes reliquæ ſint ſolido o
minores: & centrum gra
uitatis figuræ ſit p. Dico
lineam pe ipſa g minorem
eſſe. ſi enim non ſit mi-
nor, eodem, quo ſupra modo demonſtrabimus figuram in
ſcriptam ad reliquas portiones maiorem proportionem
habere, quàm be ad ep. & ſi fiat alia linea le ad ep, ut eſt
figura inſcripta ad reliquas portiones, punctum l extra

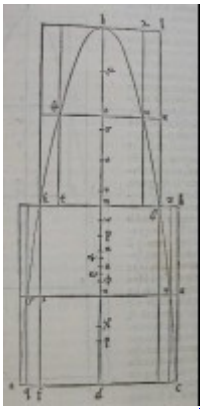
tionem cadet: Itaque cum à portione conoidis, cuius grauitatis centrum e auferatur inſcripta figura, centrum habens p: & ſit le ad ep, ut figura inſcripta ad portiones reliquas: erit magnitudinis, quæ ex reliquis portionibus conſtat, centrum grauitatis punctum l, extra portionem cadens. quod fieri nequit. ergo linea pe minor eſt ipſa g linea propoſita.

Ex quibus perſpicuum eſt centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, & circumſcriptæ eo magis accedere ad portionis centrum, quo pluribus cylindris, uel cylindri portionibus conſtet: fiatque; figura inſcripta maior, & circumſcripta minor. & quanquam continenter ad portionis centrum propius admoueatur: nunquam tamen ad ipſum perueniet. ſequeretur enim figuram inſcriptam, non ſolum portioni, ſed etiam circumſcriptæ figuræ æqualem eſſe. quod eſt abſurdum.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIX.

CVIVSLIBET portionis conoidis rectanguli axis à centro grauitatis ita diuiditur, ut pars quæ terminatur ad uerticem, reliquæ partis, quæ ad baſim ſit dupla.

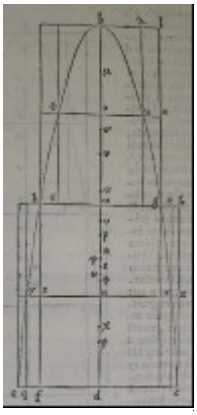
SIT portio conoidis rectanguli uel abſciſſa plano ad axem recto, uel non recto: & ſecta ipſa altero plano per axem ſit ſuperficiei ſectio abc rectanguli coni ſectio, uel parabole; plani abſcindentis portionem ſectio ſit recta linea ac: axis portionis, & ſectionis diameter bd. Sumatur autem in linea bd punctum e, ita ut be ſit ipſius ed dupla. Dico



[Figure 79]

e portionis ab
c grauitatis eſſe
centrum. Diui-
datur enim bd
bifariam in m:
& rurſus dm, m
b bifariam diui-
dantur in pun-
ctis n, o: inſcri-
baturque portio-
ni figura ſolida,
& altera circum
ſcribatur ex cy
lindris æqualem
altitudinem ha-
bentibus, ut ſu-
perius dictum eſt.
Sit autem pri-
mum figura in-
ſcripta cylindrus
fg: & circumſcri-
pta ex cylindris
ah, Kl conſtet.

punctum n erit
centrum graui-
tatis figuræ in-
ſcriptæ, medium
ſcilicet ipſius d
m axis: atque idem
erit centrum cy
lindri ah: & cy-
lindri kl centrum
o, axis bm me-
dium. quare ſi



[Figure 80]

neam on ita di
uiſerimus in p,
ut quam propor-
tionem habet cy-
lindrus ah ad
cylindrum kl,
habeat linea op

ad pn: centrum
grauitatis toti-
us figuræ circum-
ſcriptæ erit pun

ctum p. Sed cy-
lindri, qui ſunt
æquali altitudi-
ne, eandem in-
ter ſe ſe, quam
baſes propor-
tionem habent:
eſtque ut linea db
ad bm, ita qua-
dratum lineæ ad
ad quadratum ip-
ſius Km, ex uige
ſima primi libri

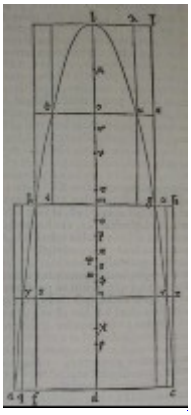
conicorum & ita
quadratum ac
ad quadratum K

g: hoc eſt circu-
lus circa diame
trum ac ad cir-
culum circa dia

metrum kg. du
pla eſt autem li-
nea db lineæ

bm. ergo circulus ac circuli kg: & idcirco cylindrus
ah cylindri k. l duplus erit. quare & linea op dupla
ipſius pn. Deinde inſcripta & circumſcripta portioni
alia figura, ita ut inſcripta conſtituatur ex tribus cylin-
dris qr, sg, tu: circumſcripta uero ex quatuor ax, yz,
Kf, θλ· diuidantur bo, om, mn, nd bifariam in punctis
μνπϱ. Itaque cylindri θλ centrum grauitatis eſt punctum
μ· & cylindri kη centrum ν. ergo ſi linea μγ diuidatur in ς,
ita ut μσ ad σγ proportionem eam habeat, quam cylindrus Kη
ad cylindrum θλ, uidelicet quam quadratum knr ad qua-

dratum θo, hoc eſt, quam linea mb ad bo: erit σ centrum
magnitudinis compoſitæ ex cylindris κγ, θλ. & cum linea
mb ſit dupla bo, erit & μσ ipſius σν dupla. præterea quo-
niam cylindri yz centrum grauitatis eſt π, linea σπ ita diui
ſa in τ, ut στ ad τπ eam habeat proportionem, quam cylin
drus yz ad duos cylindros Kν, θλ· erit τ centrum magnitu
dinis, quæ ex dictis tribus cylindris conſtat. cylindrus au-
tem yz ad cylindrum θλ eſt, ut linea nb ad bo, hoc eſt ut 3
ad 1: & ad cylindrum kη, ut nb ad bm, uidelicet ut 3 ad 2.
quare yz cylindrus duobus cylindris kν, θλ æqualis erit. &
propterea linea στ æqualis ipſi τπ. denique cylindri ax
centrum grauitatis eſt punctum ϱ. & cum τϱ diuiſa fuerit
in eam proportionem, quam habet cylindrus ax ad tres cy-
lindros yz, kν, θλ· erit in eo puncto centrum grauitatis
totius figuræ circumſcriptæ. Sed cylindrus ax ad ipſum yz
eſt ut linea db ad bn: hoc eſt ut 4 ad 3: & duo cylindri kη
θλ cylindro y ſunt æquales. cylindrus igitur ax ad tres
iam dictos cylindros eſt ut 2 ad 3. Sed quoniam μ σ eſt dua-
rum partium, & ς γ unius, qualium μ π eſt ſex; erit ς π par-
tium quatuor: proptereaque τπ duarum, & νπ, hoc eſt πϱ
trium. quare ſequitur ut punctum π totius figuræ circum
ſcriptæ ſit centrum. Itaque fiat νυ ad υπ, ut μσ ad σγ. & υϱ
bifariam diuidatur in φ. Similiter ut in circumſcripta figu
ra oſtendetur centrum magnitudinis compoſitæ ex

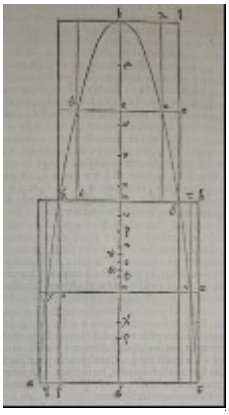


[Figure 81]

dris sg, tu eſſe punctum υ· & totius figuræ inſcriptæ, quæ conſtat ex cylindris qr, ſ g, tu eſſe φ centrum. Sunt enim hi cylindri æquales & ſimiles cylindris yz, Kη, θλ, figuræ circumſcriptæ. Quoniam igitur ut be ad ed, ita eſt op ad pn; utraque enim utriuſque eſt dupla: erit compo nendo, ut bd ad de, ita on ad n p; & permutan do, ut bd ad o n, ita de ad np. Sed bd dupla eſt on. ergo & ed ipſius np du pla erit. quòd ſi ed bifariam diuidatur im χ, erit χ d, uel e χ æqualis np: & ſublata en, quæ eſt communis utrique e χ, pn,

relinquetur pe ipſi nχ æqualis. cum autem be ſit dupla
ed, & op dupla pn, hoc eſt ipſius e χ, & reliquum, uideli-

cet bo unà cum pe ipſius reliqui χ d duplum erit. eſtque
bo dupla ϱ d. ergo pe, hoc eſt nχ ipſius χϱ dupla. ſed dn
dupla eſt nϱ. reliqua igitur dχ dupla reliquæ χ n. ſunt au-
tem dχ, pn inter ſe æquales: itemque æquales χ n, pe. qua-
re conſtat np ipſius pe duplam eſſe. & idcirco pe ipſi en
æqualem. Rurſus cum ſit μν dupla oν, & μ σ dupla ς γ; erit
etiam reliqua νσ reliquæ σ o dupla. Eadem quoque ratione
concludetur π υ dupla υ m. ergo ut νσ ad σ o, ita πυ ad υ m:
componendoque, & permutando, ut νo ad πm, ita oσ ad
mυ· & ſunt æquales νo, πm. quare & oς, mυ æquales. præ
terea σπ dupla eſt πτ, & νπ ipſius πm. reliqua igitur σν re
liquæ mτ dupla. atque erat νσ dupla σo. ergo mτ, σo æ-
quales ſunt: & ita æquales mυ, nφ. at oς, eſt æqualis
mυ. Sequitur igitur, ut omnes oς, mτ, mυ, nφ in-
ter ſe ſint æquales. Sed ut ϱπ ad πτ, hoc eſt ut 3 ad 2, ita nd
ad dχ· permutandoque ut ϱπ ad nd, ita πτ ad dχ. & ſunt æqua
les ϱπ, nd. ergo dχ, hoc eſt np, & πτ æquales. Sed etiam æ-
quales nπ, πm. reliqua igitur πp reliquæ mτ, hoc eſt ipſi
nφ æqualis erit. quare dempta pπ ex pe, & φn dempta ex
ne, relinquitur pe æqualis eφ. Itaque π, φ centra figurarum
ſecundo loco deſcriptarum a primis centris pn æquali in-
teruallo recedunt. quòd ſi rurſus aliæ figuræ deſcribantur,
eodem modo demonſtrabimus earum centra æqualiter ab
his recedere, & ad portionis conoidis centrum propius ad
moueri. Ex quibus conſtat lineam πφ à centro grauitatis
portionis diuidi in partes æquales. Si enim fieri poteſt, non
ſit centrum in puncto e, quod eſt lineæ πφ medium: ſed in
ψ· & ipſi πψ æqualis fiat φω. Cum igitur in portione ſolida
quædam figura inſcribi posſit, ita ut linea, quæ inter cen-
trum grauitatis portionis, & inſcriptæ figuræ interiicitur,
qualibet linea propoſita ſit minor, quod proxime demon-
ſtrauimus: perueniet tandem φ centrum inſcriptæ figuræ



[Figure 82]

ad punctum ω. Sed quoniam π circumſcripta itidem alia figura æquali interuallo ad portionis centrum accedit, ubi primum φ applicuerit ſe ad ω, & π ad punctum ψ, hoc eſt ad portionis centrum ſe applicabit. quod fieri nullo modo poſſe perſpicuum eſt. non aliter idem abſurdum ſequetur, ſi ponamus centrum portionis recedere à medio ad partes ω; eſſet enim aliquando centrum figuræ inſcriptæ idem quod portionis centrum. ergo punctum e centrum erit gra uitatis portionis abc. quod demonſtrare oportebat.

7. huius

8. primi libri Archimedis

11. duodecimi.

15. quinti

2. duodecimi

20. primi conicorum

19. quinti

Quod autem ſupra demonſtratum eſt in portione conoidis recta per figuras, quæ ex cylindris æqualem altitudinem habentibus conſtant, idem ſimiliter demonſtrabimus per figuras ex cylindri portionibus conſtantes in ea portione, quæ plano non ad axem recto abſcinditur. ut enim tradidimus in commentariis in undecimam propoſi tionem libri Archimedis de conoidibus & ſphæroidibus. portiones cylindri, quæ æquali ſunt altitudine eam inter ſe ſe proportionem habent, quam ipſarum baſes: baſes autem

quæ ſunt ellipſes ſimiles eandem proportionem habere, quam quadrata diametrorum eiuſdem rationis, ex corollario ſeptimæ propoſitionis libri de conoidibus, & ſphæroidibus, manifeſte apparet.

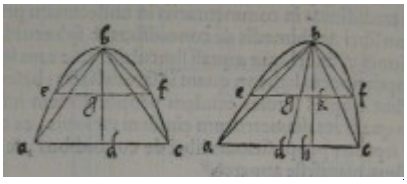
corol. 15 de conoi-

dibus &
ſphæroi-
dibus.

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIO XXX.

Si à portione conoidis rectanguli alia portio abſcindatur, plano baſi æquidiſtante; habebit portio tota ad eam, quæ abſciſſa eſt, duplam pro portion em eius, quæ eſt baſis maioris portionis ad baſi m minoris, uel quæ axis maioris ad axem minoris.

ABSCINDATVR à portione conoidis rectanguli abc alia portio ebf, plano baſi æquidiſtante: & eadem portio ſecetur alio plano per axem; ut ſuperficiei ſectio ſit parabole abc: planorum portiones abſcindentium rectæ lincæ ac, ef: axis autem portionis, & ſectionis diameter bd; quam linea ef in puncto g ſecet. Dico portionem conoidis abc ad portionem ebf duplam proportionem habere eius, quæ eſt baſis ac ad baſim ef; uel axis db ad bg axem. Intelligantur enim duo coni, ſeu coni portiones abc, ebf, eandem baſim, quam portiones conoidis, & æqualem habentes altitudinem. & quoniam abc portio conoidis ſeſquialtera eſt coni, ſeu portionis coni abc; & portio ebf coni ſeu portionis coni bf eſt ſeſquialtera, quod de-



[Figure 83]

monſtrauit Archimedes in propoſitionibus 23, & 24 libri de conoidibus, & ſphæroidibus: erit conoidis portio ad conoidis portionem, ut conus ad conum, uel ut coni portio ad coni portionem. Sed conus, nel coni portio abc ad conum, uel coni portionem ebf compoſitam proportionem habet ex proportione baſis ac ad baſim ef, & ex proportione altitudinis coni, uel coni portionis abc ad altitudinem ipſius ebf, ut nos demonſtrauimus in commentariis in undecimam propoſitionem eiuſdem libri Archimedis: altitudo autem ad altitudinem cſt, ut axis ad axem. quod quidem in conis rectis perſpicuum eſt, in ſcalenis ue

ro ita demonſtrabitur. Ducatur à puncto b ad planum ba-
ſis ac perpendicularis linea bh, quæ ipſam ef in K ſecet.
erit bh altitudo coni, uel coni portionis abc: & bK altitu

do efg. Quod cum lineæ ac, ef inter ſe æquidiſtent, ſunt
enim planorum æquidiſtantium ſectiones: habebit db ad

bg proportionem eandem, quam hb ad bk quare por-
tio conoidis abc ad portionem efg proportionem habet
compoſitam ex proportione baſis ac ad baſim ef; & ex

proportione db axis ad axem bg. Sed circulus, uel
ellipſis circa diametrum ac ad circulum, uel ellipſim

circa ef, eſt ut quadratum ac ad quadratum ef; hoc eſt ut
quadratum ad ad quadratum eg. & quadratum ad ad quadra
tum eg eſt, ut linea db ad lineam bg. circulus igitur, uel el

lipſis circa diametrum ac ad circulum, uel ellipſim circa ef,

hoc eſt baſis ad baſim eandem proportionem habet, quam
db axis ad axem bg. ex quibus ſequitur portionem abc
ad portionem ebf habere proportionem duplam eius,
quæ eſt baſis ac ad baſim ef: uel axis db ad bg axem. quod
demonſtrandum proponebatur.

16. unde-
cimi.

4 sexti.

2. duode
cimi

7. de co-
noidibus
& ſphæ-
roidibus

15. quinti. quinti

20. primi
conicorum

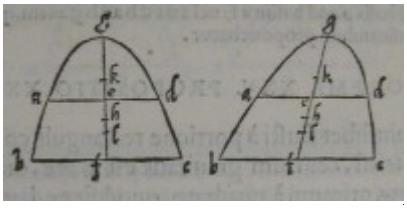
THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXXI.

Cuiuslibet fruſti à portione rectanguli conoi
dis abſcisſi, centrum grauitatis eſt in axe, ita ut
demptis primum à quadrato, quod fit ex diame-

tro maioris baſis, tertia ipſius parte, & duabus tertiis quadrati, quod fit ex diametro baſis minoris: deinde à tertia parte quadrati maioris baſis rurſus dempta portione, ad quam reliquum quadrati baſis maioris unà cum dicta portione duplam proportionem habeat eius, quæ eſt quadrati

ioris baſis ad quadratum minoris: centrum ſit in eo axis puncto, quo ita diuiditur ut pars, quæ minorem baſim attingit ad alteram partem eandem proportionem habeat, quam dempto quadrato minoris baſis à duabus tertiis quadrati maioris, habet id, quod reliquum eſt unà cum portione à tertia quadrati maioris parte dempta, ad reliquam eiuſdem tertiæ portionem.

SIT fruſtum à portione rectanguli conoidis abſciſſum abcd, cuius maior baſis circulus, uel ellipſis circa diametrum bc, minor circa diametrum ad; & axis ef. deſcribatur autem portio conoidis, à quo illud abſciſſum eſt, & pla-



[Figure 84]

no per axem ducto ſecetur; ut ſuperficiei ſectio ſit parabole bgc, cuius diameter, & axis portionis gf: deinde gf diuidatur in puncto h, ita ut gh ſit dupla hf: & rurſus ge in eandem proportionem diuidatur: ſitque gk ipſius ke dupla. Iam ex iis, quæ proxime demonſtrauimus, conſtat centrum graui tatis portionis bgc eſſe h punctum: & portionis agc punctum k. ſumpto igitur infra h puncto l, ita ut kh ad hl

eam proportionem habeat, quam abcd fruſtum ad portionem agd; erit punctum l eius fruſti grauitatis centrum: habebitque componendo Kl ad lh proportionem eandem,

quam portio conoidis bgc ad agd portionem. Itaque quo niam quadratum bf ad quadratum ae, hoc eſt quadratum bc ad quadratum ad eſt, ut linea fg ad ge: erunt duæ tertiæ quadrati bc ad duas tertias quadrati ad, ut hg ad gk: & ſi à duabus tertiis quadrati bc demptæ fuerint duæ tertiæ quadrati ad: erit diuidendo id, quod relinquitur ad duas tertias quadrati ad, ut hk ad kg. Rurſus duæ tertiæ quadra ti ad ad duas tertias quadrati bc ſunt, ut kg ad gh: & duæ tertiæ quadrati bc ad tertiam partem ipſius, ut gh ad hf. ergo ex æquali id, quod relinquitur ex duabus tertiis quadrati bc, demptis ab ipſis quadrati ad duabus tertiis, ad tertiam partem quadrati bc, ut kh ad hf: & ad portionem eiuſdem tertiæ partis, ad quam unà cum ipſa portione, duplam pro portionem habeat eius, quæ eſt quadrati bc ad quadratum ad, ut Kl ad lh. habet enim Kl ad lh eandem proportionem, quam conoidis portio bgc ad portionem agd: portio autem bgc ad portionem agd duplam proportionem habet eius, quæ eſt baſis bc ad baſim ad: hoc eſt quadrati

bc ad quadratum ad; ut proxime demonſtratum eſt. quare dempto ad quadrato à duabus tertiis quadrati bc, erit id, quod relinquitur unà cum dicta portione tertiæ partis ad reliquam eiuſdem portionem, ut el ad lf. Cum igitur centrum grauitatis fruſti abcd ſit l, à quo axis ef in eam, quam diximus, proportionem diuidatur; conſtat uerum eſſe illud, quod demonſtrandum propoſuimus.

20. 1. coni
corum.

30 huius

FINIS LIBRI DE CENTROGRAVITATIS SOLIDORVM.

Impreſſ. Bononiæ cum licentia Superiorum,