Baliani, Giovanni Battista, De motu naturali gravium solidorum, 1638

DE MOTV
NATVRALI
GRAVIVM SOLIDORVM
IOANNIS BAPTISTAE BALIANI
PATRITII GENVENSIS,

GENVÆ,

Ex Typographia Io: Mariæ Farroni, Nicolai Pesagnij,
& Petri Francisci Barberij, soc.
MDCXXXVIII.
SVPERIORVM PERMISSV.

Bibliographic information

Author: Baliani, Giovanni Battista

Title: De motu naturali gravium solidorum

Date: 1638

Permanent URL

Copyright information

De MOTV
NATVRALI,
GRAVIVM SOLIDORYVM
IOANNIS BAPTISTAE BALIANI
PATRITII GENVENSIS.

GENVUAE,
EX Typographia Io: Mariae Farroni, Nicolai Peſagnij,
et Petri Franciſci Barberij, ſoc.
MDCXXXVIII.

SVPERIORUM

[Empty page]

Mihi quoque, sicut et caeteris hominibus, inest sciendi cupiditas, nec grave fuit, usque à primis annis, et aliorum scripta percurrere, et naturales effectus observare, qui facile mihi persuaserim, ex bisce fontibus, tum scientiam, tum sapientiam in animum derivare, si tandem ex effectibus diligentius perspectis, non modo ad inde consequentes, sed etiam ad causas, usque ad primam deveniat intellectus. Statui igitur apud me ipsum non acquiescere soli relationi plurimorum, etiam doctiorum; potuisse siquidem contingere existimavi, ut aliqua laterent, etiam in plurimis oculatissimos, vel non plene ab eis explicarentur; & ratus sum non inutilem laborem futurum, si ex accuratiori naturae rerum investigatione, & ex affectionum inde resultantium deductione, circa quod omnis demonstrativa scientia versatur, aut scitis adderem aliqua, aut doctioribus acuerem desiderium addendi plura: hinc factum est, ut excitata mens ex praecognitis legendo, ad ea, quae se offerebant, secundum privatas, aut publicas occupationes pervestiganda, converteretur studiosus. Inter alia dum anno millesimo sexcentesimo undecimo, per paucos menses, ex patriae legis praescripto, Praefectum Arcis Savonae agerem, ex militaribus observationibus quae occurrebant, illud maxime depraehendi, ferreos, & lapideos tormentorum bellicorum globos, & sic corpora gravia, seu eiusdem, seu diversae speciei, in inaequali satis Mole, & gravitate, per idem spatium, aequali tempore, & motu, naturaliter descendere, idque ita uniformiter, ut repetitis experimentis mihi plane constiterit, duos ex praedictis globis, vel ferreos ambos, vel alterum lapideum alterum plumbeum, eodem plane momento temporis dimissos sibi, per spatium quincaginta pedum, etiam si unus esset librae unius tantum, alter quincaginta, in indivisibili temporis momento, subjectum solum ferire, ut unus tantum amborum ictus sensu perciperetur. Repetebam animo sapien-

tum esse pronunciatum, gravia moveri naturali motu, secundum gravitatum proportionem; Processi ulterius, & periculum feci, num forte iuxta eorum sententiam contingeret, si corpora dimissa, ejusdem fere essent molis, sed longe diversi ponderis, puta unum plumbeum, cereum alterum; & expertus sum in cereo aliquam longiorem moram in descensu, attamen longe infra proportionem gravitatum, globus quippe ille cereus, in data distantia quinquaginta pedum descensus, uno circiter pede distabat a solo, quando plumbeus tangebat subjectum planum, objecto aere intermedio ni fallor, sensibiliter resistente, & impediente motum. Institi adhuc, & globos in gravitate, & in materia inaequales appendi funiculis aequalibus, & agitatos animadverti moveri tempore aequali, & hoc servare adeo fideliter, ut globus plumbeus duarum unciarum, alter librarum duarum, ferreus librarum 34. & lapideus quadraginta circiter, nec non, & lapis informis, quorum funiculi comprehensis ipsorum semidiametris aequales essent, uno, & eodem temporis spatio moverentur, & vibrationes easdem numero darent hinc inde, sive motus unius globi fieret per aequale spatium, sive per inaequale, ita ut qui majori impetu jactabatur, & sic majus spatium percurrebat, illud tanto velocius pertransiret. In quibus peragendis illud praeter expectationem sese mihi obtulit, quod quotiescunque globi penderent ex funiculis inaequalibus, ita inaequali motu ferebantur, ut longitudines funiculorum, durationibus motuum, in duplicata ratione responderent.

Porro cum ex praemissis satis superque liqueret, in naturali motu gravium, proportionem gravitatum communiter creditam, non servari; in eam descendi sententiam, ut arbitrater fortasse, gravitatem se habere ut agens, materiam vero, seu mavis materiale corpus, ut passum, & proinde gravia moveri juxta proportionem gravitatis ad materiam, & ubi sine impedimento naturaliter perpendiculari motu ferantur, moveri aequaliter, quia ubi plus est gravitatis, plus pariter sit materiae, seu materialis quantitatis; si vero accedat aliquid resistantiae, regulari motum secundum excessum virtutis agen

tis supra resistentiam passi, seu impedientia motum; qui excessus momentum noncupabitur, & quod communiter gravitati attributum fuit, momento attribui debere, nimirum ut sit momentum ad momentum, ut velocitas ad velocitatem; Et hinc fieri posse, ut cognoscamus qua mensura, seu proportione corpora gravia naturali motu ferantur super subjectis planis, si super eis quomodolibet inclinatis, ipsorum gravium momenta ubique innotescant, quae majora, aut minora videntur censenda, secundum quod magis, aut minus super plano quiescunt, & sic secundum majorem, aut minorem inclinationem plani resistentis; quod demum tali proportione facile fieri mihi existimandum videtur, juxta quam reciproce momentis proportionantur lineae dictorum planorum, si ambae ductae sint ab eodem puncto ad idem planum orizontale; de quo Simon Stevinus l. p. de Statica prop. 19. & acutissime Galileus in Mechanica manuscripta, ubi de Cochlea, & ego æliquali experientia compertum habui. Caeterum si per experientiam Scienta hominibus efficitur, praedicta de quibus saepius repetitis actibus expertus fui, ut principia scientiae habenda fore censui; in quibus occultae conclusiones delitescant, demonstrationibus duntaxat aperiendae. Rimari caepi; an deprehenderim aliorum erit judicium. Subjecta paucula, quae presens aliquod otium expedire permisit, de motu naturali solidorum gravium, Amice lector tibi exhibeo, mox de liquidorum, & deinceps alia plura tam parata daturus, si haec placuerint. Placuit sane mihi, vel paucula tibi dare, qui te ejus ingenii esse confidam, ut non verba, sed res, easque non mole, sed pondere censeas, felicior si de eorum genere existimaveris, quae non mole magna sunt, quod si talia non fuerint, quo minora minus defatigabunt, sui exilitate, auctoris partus proprios omnino esse probatura. Idioma latinum elegi ut communius. Praemisi aliqua naturalia principia, sine quibus naturales conclusiones aliunde duci posse non video. Quae ex praedictis experimentis inno tuerunt, suppositiones appellare, & a reliquis petitionibus secernere libuit. Petitiones illas, quibus quid fieri petimus, con-

structioni deservientes, tanquam factu, & cognitu faciles, & proinde supervacaneas, prudens praetermisi; ratus siquidem nil inde incredulitatis, aut difficultatis derivaturum. Septimum postulatum ea ratione segregavi, quod illud aliquo pacto a 22. prop. pendeat, & quod in illo etiamsi veritas non deficiat, evidentiam tamen ut in caeteris non agnoscens, certis dubia quo quo pacto permiscere noluerim; ut proinde plura eorum, quae ex illa deducta sunt, & diversa Methodo & attingendo potius, quam demonstrando subjunxerim. Si quae demum minus probata, seu explicata, aut quo quo pacto imperfecta reperies, velim te tribuere cuidam naturali meae propensioni, ad nova potius, qualiacumque ea sint, invenienda, quam inventa perficienda.

Vale.

Pendulum dicimus pondus filo appensum.

Pendula dicuntur aequalia, seu aequipendula, sive inaequalia, quae, & longiora, aut breviora, quatenus fila, e quibus dependent, sunt aequalia, longiora, aut breviora.

Vibrationes pendulorum sunt eorum motus hinc inde
Vibrationes aequales dicimus, quae fiunt per spatia aequalia, & e contra inaequales.

Vibrationes aeque celeres si fiant per spatia aequalia tempore aequali.

Vibrationis diuturnitatem dicimus ipsius Durationem, tempus nimirum, quo ipsa vibratio perficitur.

Vibrationes aequediuturnae, sunt, quae fiunt tempore aequali, etiamsi per spatia inaequalia, inde diuturnior est, quae longiori perficitur tempore.

Vibrationes integras dicimus eas, quae se extendunt per integrum semicirculum, se hinc inde moventes per circuli quadrantem.

Vibrationis portio est pars arcus, quem ipsa vibratio disignant.

Vibrationum similes portiones sunt arcus ipsarum intercepti inter binas lineas ductas a centro, a quo concipiuntur pendula pendere.

Vibrationis portionem priorem decimus eam minimam portionem, a qua integra vibratio initium habet.

Momentum est excessus virtutis moventis supra motus impedimenta.

SUPPOSITIONES

PRIMA. Solidorum aequipendulorum cujuscumque gravitatis vibrationes aequales sunt aequediuturnae.

2 Equipendulorum eorumdem vibrationes sunt aequediuturnae, etiamsi inaequales.

3 Pendulorum inaequalium longitudines sunt in duplicata ratione diuturnitatum vibrationum, seu ut quadrata vibrationum.

4 Momentum gravis super plano inclinato est ad ipsius gravitatem, ut perpendicularis ad inclinatam, si ab eodem puncto ducta sint ad idem planum orizontale dicta perpendicularis, & dictum planum inclinatum, & proinde tali casu proportio gravitatis ad momentum est reciproca proportioni linearum super quibus grave movetur.

Pr. Pendulorum inaequalium portiones similes vibrationum sunt inter se quoad diuturnitatem, ut vibrationes integrae.

Sint pendula AB, AC; dependentia a puncto A, & eleventur ad libellam orizontis puncti A, in E, D, describentia arcus BD, CE, integrarum vibrationum, & in arcubus BD, CE sumantur portiones similes EF, DG, seu HI, KL ductis EA, FA, seu HA, IA. Peto mihi concedi, esse pendulorum diuturnitates in arcubus EC, DB, ut in portionibus EF, DG, nec non HI, KL, & ita deinceps.

2. Ut est momentum ad momentum solidi gravis, ita velocitas ad velocitatem.

Hujusmodi passio communiter attribui solet gravitati simpliciter, quod eum nimis clare experientiis supra expositis nullo pacto congruere possit, momentis attribuenda esse visa est, ut in praefatione explicatum fuit.

3. Portiones minimae peripheriae Circuli concipiende sunt, ac si essent lineae rectae.

Quaecumque arcus portio est circularis, attamen si est minima portio, tam parum aberrat a linea recta, ut non modo quo ad sensum, sed quoad quascunque physicas passiones, perinde esse videatur, ac si esset linea recta, idcirco ut petitionem admittendam censeo, quemadmodum in mechanicis admittitur illa, quod perpendiculares sunt parallelae, etiamsi in centro concurrant universi, quatenus eisdem sunt passionibus physicis subjectae, ac si vere essent parallelae.

4. Data recta linea, possimus concipere circulum talis magnitudinis, cujus portio peripheriae aequalis quo ad sensum datae lineae, concipienda sit, ac si esset linea recta.

Haec petitio videtur concedenda, quia si concipiamus circulum, ejusque portionem minimam, ut in praecedenti, si fiat ut hujusmodi portio ad datam lineam, ita circulus ad alium, portio hujus, datae lineae aequalis erit, & similis omnino praedicta minimae portioni, & proinde pariter concipienda ut linea recta.

5. Solida perpendicula libero motu aeque velociter feruntur, & in tali proportione, ac si essent pendula, & moverentur in priori portione vibrationum.

Quoniam prior portio non differt sensibiliter a recta, ut in tertia petitione, nec etiamsi sit major ut in quarta, iisdem physicis passionibus subjicitur, & exinde motibus aequalibus.

6. Solida naturaliter mota super plano inclinato aeque velociter moventur ac si essent pendula, & moverentur in tali portione vibrationum, quae quoad sensum

esset aequalis, & paralella lineae dicti plani super qua dicta solida moverentur.

Non differt a praecedente, nisi quod in illa motus est perpendicularis, in hac inclinatus, in reliquis est par ratio.

PRONUNCIATA

P. Quae sunt aequidiuturna tertio, sunt aequidiuturna inter se.

2. Quadrata datorum temporum, sunt etiam quadrata aliorum datis aequalium.

3. Gravia eadem super planis aequalibus & pariter inclinatis, pariter moventur.

PROPOSITIO PRIMA.

Solidi penduli naturaliter moti vibrationes quantumvis semper minores, sunt aequidiuturnae.

Sit solidum A pendulum debite applicatum filo BA, quod ab altera parte elevatum naturaliter, postea faciat hinc inde vibrationes semper minores, ita ut prior vibratio sit V. G. per spatium CD maius, posterior vero per spatium EF minus.

Dico quod dicta vibrationes erunt aequidiuturnae, ita ut vibratio per spatium CD sit eiusdem durationis, ac vibratio per spatium EF.

Sit aliud solidum G aequipendulum solido A, debite applicatum filo HG, quod elevetur ab una parte eodem tempore minus quam solidum A ita ut sint minores vibrationes solidi G, quam, solidi A, ut sit motus penduli G in initio per spatium IK aequale spatio EF.

Quoniam spatia EF, & IK, sunt aequalia ex suppositione, sunt etiam vibrationes EF, & IK, aequidiuturnae, sed I K, & CD sunt pariter aequidiuturnae, ergo EF, & CD sunt etiam aequidiuturnae. Quod fuit probandum.

Per primam suppositionem.
Per secundam suppositionem.
Per pr.
pron.

PROPOSITIO II. PROBLEMA PRIMUM.

Pendula constituere, quorum diuturnitates vibrationum sint in data ratione.

Data sit proportio diuturnitatum vibrationum, quam volumus esse inter solida A,B; & sit ea, quae est inter C, & D; quae est continuo eadem,a.

Venanda est longitudo filorum, quibus applicata dicta solida producant vibrationes quaesitas.

Per pr.
hujus.

Sint E F numeri mensurantes proportionem, quae est inter C & D, quorum quadrati numeri G & H, Fila IA, KB fiant inter se ut G, ad H, & erunt fila quaesita, quibus si applicentur solida A, B, producentur diuturnitates vibrationum quaesita.

Quoniam ita est IA, ad KB, ut quadratum G numeri metientis C, ad quadratum H numeri metientis D, erunt C, & D diuturnitates vibrationum pendulorum A, & B; & proinde in ratione data. Quod faciendum fuit.

Per 3.
suppo.

PROPOSITIO TERTIA.

Lineae descensus gravium, dum naturali motu perpendiculariter feruntur, sunt in duplicata ratione diuturnitatum.

Sint LN, KM linea descensus gravium L, K, & sint P O ipsorum diuturnitates.

Dico LN, KM esse in duplicata ratione ipsarum P, O.

Sint pendula AH, AI, dependentia a puncto A, & eleventur ad libellam ipsius A usque ad E, B, quae in elevatione producant arcus HB, IE, & sint talis longitudinis, ut ducta ACF, secet arcus BC, & EF, portionis minimae, aequales quo ad sensum lineis LN, KM, & sit S, quadratum diuturnitatis P, & T quadratum O, & Q, R, diuturnitates vibrationum BC, & EF.

Quoniam diuturnitates Q, R sunt aequales diuturnitatibus P, O; S, T, sunt etiam quadrata ipsarum Q, R, & quia vibrationes integrae pendulorum AH, AI sunt ut quadratum T ad quadratum S, portiones BC, EF, sunt pariter inter se ut quadratum T ad quadratum S, sed BC, & EF sunt aequales lineis KM, LN, ergo etiam K M, LN sunt ut quadrata S, T, & proinde in duplicata ratione P, O, temporum seu diuturnitatum earumdem. Quod, &c.

Per 5.
pet.
Per 2.
pron.
Per 3.
supposit.
Per 5.
petit.
Per 3.
petit.
Per 1.
pron.

PROPOSITIO QUARTA. PROBL. II.

Data diuturnitate gravis descendentis a data altitudine, constituere altitudinem, a qua idem grave cadat in data alia diuturnitate.

Sit A diuturnitas gravis B, dum cadit in C, & data sit diuturnitas quaecumque D.

Constituenda est alia altitudo, a qua grave descendat iuxta diuturnitatem D.

Fiant E, & F quadrata temporum A, D, & ut F ad E, fiat altitudo GH, ad altitudinem datam BC; Dico GH esse altitudinem quaesitam.

Quoniam BC, & GH sunt in duplicata ratione datarum diuturnitatum A, D, per constructionem; per ipsas gravia B, & G cadent in diuturnitatibus A, & D datis, unde reperta est altitudo GH quaesita. Quod fuit faciendum.

Per 3.
hujus.

PROPOSITIO V. PROBL. III.

Data altitudine, a qua descendat grave in nota diuturnitate; perquirere quanta sit diuturnitas, qua descendat ab alia altitudine data.

Sit A altitudo per quam descendat grave diuturnitate B nota, & data sit alia altitudo C.

Oportet reperire quanta sit diuturnitas, qua idem grave descendat per C.

Fiat D quadratum diuturnitatis B, & fiat ut A ad C, ita quadratum D ad quadratum E, cuius radix F est diuturnitas quaesita.

Quoniam A, & C sunt in duplicata ratione diuturnitatum B, & F per constructionem, per ipsas gravia descendent in diuturnitatibus B, F, unde F est diuturnitas ipsius C quaesita. Quod faciendum fuit.

Per 3.
hujus.

PROPOSITIO VI.

Gravia naturali motu descendunt semper velocius ea ratione, ut temporibus aequalibus descendant per spatia semper maiora, iuxta proportionem quam habent impares numeri ab unitate inter se.

Sit grave A quod descendat per lineam ABC, & tempus quo descendit ab A in B sit aequale tempori, quo descendit a B in C, & a C in D.

Dico quod lineae AB, BC, CD sunt inter se ut 1. 3. 5. & sic deinceps.

Sit G numerus mensurans tempus, quo A descendit in B, & H, quo descendit a B in C, & I, quo descendit a C in D, quae tempora sunt ex suppositione aequalia, & sit K quadratum ipsius G, & L quadratum GH, & M quadratum totius GHI.

Quoniam quadrata K, L, N sunt ut AB, AC, AD, quae quadrata sunt ut 1, 4, 9, sunt itidem AB, AC, AD, ut 1. 4. 9. & dividendo AB, BC, CD, ut 1. 3. 5. & sic deinceps. Quod probandum fuit.

Per 3.
hujus.

PROPOSITIO VII.

Lineae descensus gravium super plano inclinato motorum, sunt in duplicata ratione diuturnitatum.

Sint AB, CD plana pariter inclinata, super quibus moveantur gravia A, C, & sint EF ipsorum diuturnitates.

Dico AB, CD, esse in duplicata ratione ipsarum E, F.

Secetur AB bifariam in G, & erecta GH, perpendiculari longissima, fiant pendula HI, HK, quae sint inter se ut A B, CD, & eleventur in L, M, describentia arcus LI, KM, secantes GH in N, O, & ab N hinc inde secentur arcus N P, NQ aequales quo ad sensum rectis GA, GB, & ductis P H, QH, secetur pariter arcus LI, in R, S, & intelligantur arcus PQ, RS, tam parvae curvitatis, ob maximam longitudinem pendulorum HI, HK, ut pro rectis habeantur, puta portionis minimae, & proinde aequales rectis A B, CD: sit Z quadratum diuturnitatis E, & V, diuturnitatis F, & sint XY diuturnitates vibrationum PQ, RS.

Quoniam diuturnitates X, Y, sunt aequales diuturnitatibus E, F, sunt etiam Z, V, quadrata ipsarum X, Y; & quia vibrationes integrae pendulorum HI, HK sunt inter se, ut quadratum V, ad quadratum Z, portiones RS, PQ erunt etiam inter se ut quadratum V ad quadratum Z; sed R S, PQ aequantur rectis CD, AB,, ergo, & CD, AB sunt ut quadratum V, ad quadratum Z, & proinde, in duplicata ratione ipsarum EF. Quod, &c.

Per 6.
petit.
Per 2.
pron.
Per 3.
hujus.
Per pr.
pet.
Per 3.
petit.
Per 2.
pron.

Corolarium.

Hinc patet esse longitudines planorum per quae gravia feruntur ut quadrata temporum, & tempora ut radices longitudinum planorum.

PROPOSITIO VIII. PROB. IV.

Dato plano inclinato, super quo per spatium datum grave moveatur in nota diuturnitate, determinare in eodem plano spatium per quod dictum grave moveatur in quavis alia diuturnitate data.

Sit A diuturnitas gravis B, dum descendit in C super plano inclinato BC, & data diuturnitas D.

Praescribendum est aliud spatium in eodem plano BC, per quod idem grave pertranseat in diuturnitate D.

Fiant E, F quadrata temporum A, D, & ut F ad E fiat BG ad BC, Dico BG esse spatium quaesitum.

Quoniam BC, & BG sunt in duplicata ratione datorum temporum A, D per constructionem, per ipsa cadet grave B diuturnitatibus A, D datis, ergo reperta est BG quaesita. Quod faciendum erat.

Per 6.
hujus.

PROPOSITIO IX. PROB. V.

Dato plano inclinato, super quo per spatium datum grave moveatur nota diuturnitate; & dato alio spatio quocumque; reperire diuturnitatem, qua grave per ipsum descendat.

Sit A diuturnitas gravis B, dum descendit in C super plano inclinato BC, & dato alio spatio BG.

Querendum quanta sit diuturnitas gravis in BG.

Fiat E quadratum diuturnitatis A, & ut BC ad BG fiat ut quadratum E ad quadratum F, cuius radix D erit diuturnitas ipsius BG quaesita.

Quoniam BC, & BG sunt in duplicata ratione diuturnitatum A, D per constructionem; per ipsa cadunt gravia diuturnitatibus A, D, unde D est diuturnitas per spatium BG quaesita. Quod faciendum erat.

Per 7.
hujus.

PROPOSITIO X.

Gravia descendunt super planis inclinatis per spatia semper maiora, iuxta rationem, quam habent impares numeri successive inter se.

Sit grave A, quod descendat super plano ABC inclinato, & tempus quo descendit ab A in B sit aequale tempori, quo descendit a B in C, & a C in D.

Dico quod lineae AB, BC, CD sunt inter se ut 1. 3. 5. &. sic deinceps.

Sit E numerus mensurans tempus, quo A descendit in B, & F quo descendit a B in C, & G quo descendit a C in D, quae tempora sunt ex suppositione aequalia, & sit H quadratum ipsius E, & I quadratum EF, & K quadratum totius EFG.

Quoniam quadrata HIK sunt ut AB, AC, AD, quae quadrata sunt ut 1. 4. 9. sunt pariter AB, AC, AD, ut 1. 4. 9. & dividendo AB, BC, CD, sunt ut 1. 3. 5. & sic deinceps. Quod probandum erat.

Per 7.
hujus.

PROPOSITIO XI.

Si Duo gravia descendant alterum super linea perpendiculari, alterum vero super inclinata; proportio velocitatum est reciproca proportioni linearum.

Sit ABC planum normaliter erectum super lineam orizontalem BC, cuius latus AB sit perpendiculare, & AC, inclinatum.

Dico quod proportio velocitatum solidorum gravium motorum secundum lineam AB perpendicularem, & AC inclinatum, est ut proportio longitudinis inclinatae AC ad longitudinem perpendicularis AB; videlicet ita est longitudo AB ad longitudinem AC, ut velocitas super AC ad velocitatem in AB.

Quoniam est ut AC ad AB, ita momentum in AB, ad momentum in AC; & ut momentum in AB ad momentum in AC, ita velocitas in AB ad velocitatem in AC; ergo est etiam ut AC ad AB, ita velocitas in AB ad velocitatem in AC. Quod fuit probandum.

Per 4.
supp.
Per 2.
pet.

PROPOSITIO XII.

Gravia descendunt super plana diverse inclinata tali proportione, ut si velocitas ad velocitatem reciproca longitudinibus planorum ductorum ab eodem puncto, ad idem planum orizontale.

Sint F, D plana inclinata ducta ad idem planum orizontale.

Dico esse ut planum D ad planum F, ita velocitatem gravis ducti super F, ad velocitatem eiusdem ducti super D.

Ducatur perpendicularis E, & sint B, A, C velocitates gravium latorum super perpendiculari, & super planis F, D.

Quoniam est A ad B, ut E ad F, item, & B ad C, ut D, ad E, erit A ad C ut D ad F, scilicet velocitas gravis super F ad velocitatem gravis super D, ut longitudo plani D ad longitudinem plani F. Quod fuit probandum.

Per 11.
hujus.
Per 23.
Quinti.

PROPOSITIO XIII. PROBL. VI.

Reperire inclinationem plani, super quo grave moveatur tali velocitate quae cum alia super diversa inclinatione sit in ratione data.

Moveatur grave A super recta AB, seu perpendiculari, seu inclinata, & data sit proportio C ad D.

Oportet reperire aliud planum inclinatum, ita ut velocitas gravis moti super AB ad velocitatem alterius moti super illo reperiendo, sit ut D ad C.

Producatur BA; & fiat ut C ad D ita BA, ad AE; & centro A, intervallo AE describatur circulus, secans BF in F; ni secet, problema insolubile est; si secat, ducatur AF, quam dico esse planum quaesitum.

Quoniam ut C ad D, ita AB ad AE, seu AF per constructionem, erit C velocitas super AF, & D super AB, unde velocitates super ipsis sunt in ratione data. Quod faciendum fuit.

Per 12.
hujus.

PROPOSITIO XIV. PROBL. VII.

Data linea perpendiculari, per quam grave descendat, cui annectatur linea, seu planum declinans; in declinante reperire punctum, quo grave perveniat eo tempore, quo pertransiverit perpendicularem.

Sit triangulum ABC orthogonaliter erectum super pla no orizontali BC, cuius latus AB intelligatur sit linea perpendicularis, per quam grave descendat, & latus AC sit planum inclinatum.

Oportet in plano AC reperire punctum quo grave perveniat eodem tempore, quo in B.

Fiat ut AC ad AB, ita AB ad tertiam AD, & D erit punctum quaesitum.

Quoniam ut AC ad AD, ita quadratum AC ad quadratum AB, & ut AC ad AD, ita quadratum temporis A C ad quadratum temporis AD, ergo ut quadratum A C ad quadratum AB, ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis AD, ergo ut AC ad AB, ita tempus AC ad tempus AD, sed ut AC ad AB, ita tempus AC ad tempus AB, ergo tempus AB est aequale tempori AD. Quod, &c.

Per 19.
Sexti.
Per cor.
7. hujus.
Per 11.
Quinti.
Per 22.
Sexti.
Per 11.
hujus.

PROPOSITIO XV.

Linea connectens puncta, ad quae duo gravia ab eodem puncto digressa, quorum alterum perpendenter, alterum super plano declinante descendat, simul perveniunt, est perpendicularis dicto plano declinanti.

Descendant simul duo gravia a puncto A primum perpendiculariter in B, secundum super plano inclinato AC, tali lege, ut simul perveniant ad puncta BD, & ducta sit linea BD.

Dico quod dicta linea BD est perpendicularis ad AD.

Fiat AF aequalis datae AB, & AE aequalis AD, & ducatur EF.

Quoniam ut AD ad AB, ita AB ad AC, & AD, AE, item AB, AF sunt aequales per constructionem, sequitur quod AE ad AF est ut AB ad AC, ergo EF, BC sunt parallelae, unde triangulum AEF, & proinde ABD est simile triangulo ABC, unde anguli AB C, ADB simul recti, & BD perpendicularis ad AD. Quod, &c.

Per 13.
hujus.
Per 2.
Sexti.
Per 4.
Sexti.

PROPOSITIO XVI. PROBL. VIII.

Data linea perpendiculari, & plano declinante; reperire in perpendiculari producta punctum, quo perveniat grave eo tempore, quo pertransit planum inclinatum.

Data sit perpendicularis AB, cui connexum planum inclinatum AD.

Oportet in AB producta reperire punctum, quo perveniat grave eo tempore, quo pervenit in puncto D.

In puncto D perpendicularis erigatur ad AD, & protrahatur usquequo coeat cum AB producta in E, & E est punctum quaesitum.

Quoniam triangula & ADE, AEC sint aequiangula, cum anguli ADE, AEC sint aequales, nempe recti, & BAD communis, sunt etiam similia, ergo ut AC ad AE, ita AE ad AD, sed ut AC ad AD, ita quadratum AC ad quadratum AE, & ut AC ad AD, ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis A D, ergo ut quadratum AC ad quadratum AE ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis AD, ergo ut AC ad AE, ita tempus AC ad tempus AD, sed ut AC ad AE, ita tempus AC ad tempus AE, ergo tempora AE, & AD sunt aequalia. Quod &c.

Per 32.
prim.
Per 4.
sexti.
Per 4.
sexti.
Per 19.
Sexti.
Per Cor.
7. hujus.
Per 11.
Quinti.
Per 22.
sexti.
Per 11.
hujus.

PROPOSITIO XVII. PROBL. IX.

Dato plano declinante, super quo grave descendat, & dato alio plano minus declinante, in hoc reperire punctum, quo perveniat mobile eo tempore, quo pertransit dictum planum magis declinans.

Sint plana AB, AC quorum AC minus inclinatum.

Oportet in AC reperire punctum, quo grave perveniat, quando pervenit in B.

Fiat ut AC ad AB ita AB ad AD, & dico D esse punctum quaesitum.

Quoniam ut AC ad AD ita est quadratum AC ad quadratum AB, & ut AC ad AD ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis AD, ergo ut quadratum A C ad quadratum AB, ita quadratum temporis AC ad quadratum temporis AD, Unde AC ad AB ut tempus AC ad tempus AD, sed ut AC ad AB, ita tempus A C ad tempus AB, ergo tempora AB, AD, sunt aequalia. Quod, &c.

Per 19.
sexti.
Per cor.
7. hujus.
Per 11.
Quinti.
Per 22.
sexti.
Per 11.
hujus.

PROPOSITIO XVIII. PROBL. X.

Datis planis declinantibus ortis ab eodem puncto, reperire in magis declinante punctum quo grave perveniat eo tempore, quo pertransit planum minus declinans.

Datum sit planum minus declinans AC, & magis A D, terminantia super plano orizontali BD.

Oportet in AD producta reperire punctum, quo perveniat grave eo tempore, quo pertransivit planum minus declinans AC.

Fiat ut AD ad AC ita AC ad dictam AD productam in E, quod est punctum quaesitum.

Quoniam ut AE ad AD ita est quadratum AC ad quadratum AD, sed AE ad AD est ut quadratum temporis AE, ad quadratum temporis AD, ergo ut quadratum AC ad quadratum AD, ita quadratum temporis AE ad quadratum temporis AD, unde AC ad AD ut tempus AE ad tempus AD, sed AC ad AD est ut tempus AC ad tempus AD, ergo tempora AE, AC sunt aequalia. Quod, &c.

Per 19.
sexti.
Per cor.
7. hujus.
Per 11.
Quinti.
Per 22.
sexti.
Per 11.
hujus.

PROPOSITIO XIX. PROBL. XI.

Dato motus naturali gravis quomodocumque ad punctum datum, reperire seu in perpendiculari, seu in plano quomodolibet inclinato punctum, a quo digressum, perveniat ad idem punctum quo prius, tempore aequali.

Sit AB linea quomodocumque aut perpendicularis, seu planum inclinatum; super qua grave descendat in B, & data sit quaecumque linea BC, aut perpendicularis, aut quomodolibet inclinata, quae cum AB, coeat in B.

Oportet in BC reperire punctum, a quo grave digressum perveniat in B tempore quo pervenit ab A in idem B.

Ducatur AC orizontalis, & fiat BD tertia proportionalis ad CB AB, & D est punctum quaesitum. Quod ut probetur.

Per 11.
Sexti.

Fiat iterum rectae AC paralella, & aequalis BE, & ducta EA, secetur recta BF parallela ipsi AD.

Quoniam AF, BD sunt pariter inclinatae, & aequales, gravia per ipsas aequali tempore moventur, ergo aequali tempore ut per AB, quod, &c.

Per 33.
Primi.
Per 3.
pronun.
Per pr.
pron.

PROPOSITIO XX. PROBL. XII.

Datis duobus planis diverse inclinatis longitudinis notae; & nota diuturnitate gravis moti super uno, reperire diuturnitatem si moveatur super alio.

Sint plana AB, CD inclinata, & sit data diuturnitas E plani AB.

Oportet reperire diuturnitatem plani CD.

Fiat AF, paralella, & aequalis datae CD, in qua reperiatur punctum G quo perveniat grave, tempore quo in B, unde E est etiam diuturnitas spatii AG, quo dato, & spatio AF perquiratur eias diuturnitas, quae sit H, & dico H esse diuturnitatem quae grave descendit in CD.

Per 17.
hujus.
Per 9.
hujus.

Quoniam E, H sunt diuturnitates gravium descendentium in AG, seu AB, & AF, per constructionem, & AF est aequalis, & paralella datae CD per constructionem, sunt etiam E, H diuturnitates ipsarum AB, & CD, unde reperta est diuturnitas ipsius CD. Quod, &c.

Per 3.
pron.

PROPOSITIO XXI. PROBL. XIII.

Datis duabus diuturnitatibus, quarum prior sit gravis moti super plano dato longitudinis notae, & dato alio plano diversimode declinante; reperiendum est in eo punctum, quo grave perveniat in secunda diuturnitate data.

Dato plano declinante AB, super quo grave A movea tur diuturnitate C, & dato alio plano D declinationis quae sit dissimilis declinationi datae AB; data itidem diuturnitate E.

Oportet reperire in D punctum quo grave perveniat in diuturnitate E.

Ducatur AF parallela ipsi D, in eaque reperiatur punctum F, quo grave perveniat tempore quo in B, & praescribatur in eadem spatium AG per quod moveatur in diuturnitate E, & fiat DH aequalis ipsi AG, & dico H esse punctum quaesitum.

Per 17.
hujus.
Per 8.
hujus.

Quoniam diuturnitates in AB, AF sunt aequales per constructionem, & C, E sunt diuturnitates super planis AF, AG per constructionem, sunt etiam diuturnitates super AB, AG, & proinde super DH ipsi AG aequali, & paralellae, quod, &c.

PROPOSITIO XXII.

Si duo gravia descendunt alterum quidem perpendiculariter, alterum vero super plano declinante, perveniunt ad idem planum Orizontale tali ratione, ut sit eadem proportio inter diuturnitates eorum, quae inter perpendicularem, & declinantem.

Sit linea AB perpendiculariter erecta super plano Orizontali BC, & AC planum declinans.

Dico quod diuturnitates gravium descendentium per AB, & per AC, sunt ut AB ad AC.

Ducatur BD normalis ad AC.

Quoniam est ut AD ad AC ita quadratum temporis AD ad quadratum temporis AC, & tempora AD, & AB sunt aequalia, & proinde eorum quadrata, ergo ut A D, ad AC ita quadratum temporis AB ad quadratum temporis AC, sed ut AD ad AC ita quadratum AB ad quadratum AC, ergo ut quadratum temporis AB ad quadratum temporis AC, ita quadratum AB ad quadratum AC, sed quia latera sunt inter se ut eorum quadrata, est ut AB ad AC ita tempus AB ad tempus AC. Quod, &c.

Per cor.
7. hujus.
Per 15.
hujus.
Per 2.
pron.
Per 19.
Sexti.
Per 22.
Quinti.
Per 24.
Sexti.

PROPOSITIO XXIII.

Duo gravia descendentia super planis diversa ratione declinantibus, perveniunt ad idem planum orizontale ea ratione, ut sit eadem proportio inter diuturnitates, quae inter dicta plana si ab eodem puncto ad idem planum orizontale producta sint.

Datis planis AB, AC declinantibus, ductis ab eodem puncto A ad planum orizontale BC.

Dico quod diuturnitates gravium descendentium per AB, AC sint ut AB ad AC.

Fiat ut AC ad AB ita AB ad AD, ita ut grave perveniat in D eodem tempore quo pervenit in B.

Per 13.
hujus.

Quoniam est ut AD ad AC, ita quadratum temporis AD ad quadratum temporis AC, & tempora AD, AB sunt aequalia, & proinde eorum quadrata; ergo ut AD ad AC ita quadratum temporis AB, ad quadratum temporis AC, sed ut AD ad AC, ita quadratum AB ad quadratum AC, ergo ut quadratum temporis AB ad quadratum temporis AC, ita quadratum AB ad quadratum AC, ergo ut tempus AB ad tempus AC, ita AB ad AC. Quod fuit probandum.

Per Cor.
7. hujus.
Per 17.
hujus.
Per 2.
pronun.
Per 19.
sexti.
Per 22.
sexti.

Datis planis, & perpendiculari ad eadem linea orizontali egressis, quae coeant infra in eodem puncto, gravia super ipsis mota procedunt ea ratione, ut sit eadem proportion inter diuturnitates, quae inter longitudines planorum, & dictam perpendicularem.

Data sit linea orizontalis AB, in qua initium sumant plana declinantia AC, DC, nec non perpendicularis BC coeuntia in puncto C.

Dico quod diuturnitates gravium super ipsis motorum, sunt ut AC, DC, BC.

Ducatur CE paralella ipsi AB, & a puncto A ducantur paralellae ipsis CB, CD, & sint AE, AF.

Quoniam diuturnitates super planis AF, AC, sunt ut A F, AC, & super planis eisdem, & perpendiculari A E, sunt ut AF, seu AC ad AE, & AE, AF sunt paralellae ipsis CD, CB, & eisdem aequales, sequitur quod etiam super AC, DC, BC diuturnitates sunt iuxta proportiones longitudinum, Quod probandum fuit.

Per 23.
hujus.
Per 15.
hujus.
Per 33.
prim.
Per 3.
pron.

PROPOSITIO XXV.

In circulo Orthogonaliter erecto, si a summitate ad puncta peripheriae ducantur plana, quo tempore grave perpendiculariter inde pervenit ad planum orizontale; si descendat per dicta plana, eodem perveniet respective ad quodlibet dictorum punctorum peripheriae.

Sit circulus cuius centrum B, & diameter AC erectus super plano orizontali GC, & in eo ducta sint plana declinantia a puncto A ad puncta peripheriae DEF, & descendant gravia super dicta plana, & perpendiculariter.

Dico quod eodem tempore pervenient ad, D, E, F, C.

Ducantur DC, EC, FC.

Quoniam puncta praedicta sunt ea, in quae cadunt perpendicularia ducta a puncto C in AD, AE, AF, eo perveniunt gravia eodem tempore quo in C. Quod probandum fuit.

Per 30.
Tertii.
Per 16.
hujus.

PROPOSITIO XXVI.

Si in circulo erecto, a puncto inferiori ducantur plana ad puncta peripheriae, & a dictis punctis descendant gravia super dicta plana eodem tempore quo a puncto supremo descendit aliud grave perpendiculariter; pervenient omnia eodem instanti ad dictum punctum inferius.

Sit circulus cuius diameter ABC erectus super plano orizontali, quod tangat in C, & a C ducantur plana C D, CE, & a punctis, E, D gravia descendant super dicta plana, nec non, & a puncto supremo A perpendiculariter.

Dico quod eodem tempore perveniunt in C.

A puncto A ducantur AF, AG paralellae ipsis CE, CD, & ducantur AF, FC.

Quoniam in triangulis AEC, AFC anguli alterni FAC, ACE sint aequales,, & anguli AFC, AEC sunt etiam aequales puta recti, & basis AC communis, Triangula sunt aequalia, & proinde AF est aequalis CE, quod idem probabitur de reliquis, ergo cum AF, CE, & reliquae sint paralellae, & aequales, gravia per CE, CD pervenient in C eodem tempore, quo digressa ab A perveniunt ad puncta FG, sed haec eodem tempore quo perpendicularis pervenit in C, ergo etiam ea quae per CE, CD. Quod, &c.

Per 29.
primi.
Per 30.
Tertii.
Per 26.
primi.
Per 25.
hujus.

POSTULATUM VII

Ductis planis inclinatis, & linea perpendiculari inter binas paralellas orizontales, Gravia super illis mota ubi perveniunt ad paralellam inferiorem habent aequales velocitatis gradus; & proinde si ab inde infra sortiantur parem inclinationem, aequeveloci-ter moventur.

Videtur probabile. Primo quia si diuturnitates sunt longitudinibus proportionales, ut propositione 22. huius probatum fuit, credibile est motus in fine esse aequales.

Secundo. Argumento ducto ab experientia pendulorum, quae quantumvis longiora, aut breviora, & proinde circa finem magis, aut minus inclinata, pariter ascendunt, si pariter descendant.

Tertio. Quia videmus aquam per siphones rectos, sive obliquos, seu inclinatos ductam, pariter ascendere, si pariter descendat. Ceterum fateor minorem evidentiam hoc postulatum caeteris praemissis prae se ferre, quae fuit causa quod illud, ut in praefatione, segregaverim, & sequentia, alia methodo, tangendo fere tantummodo exposuerim, & a pluribus aliis propositionibus, quae hinc deduci facile possent, data opera abstinuerim.

PROPOSITIO XXVII. PROBL. XIV.

Dato gravi moto perpendiculariter per spatium datum diuturnitate data, quod perficiat motum super plano inclinato per spatium itidem datum; perquirere in ipso diuturnitatem.

Moveatur grave A perpendiculariter per spatium AB diuturnitate C, & perseveret in motu super spatio B D in plano inclinato BD.

Venanda est diuturnitas eius in ipso BD.

Producatur DB donec concurrat cum AE orizontaliter ducta ab A in E, & fiat ut AB ad EB, ita diuturnitas C ad diuturnitatem G, quae idcirco erit diuturnitas ipsius EB, & sit H quadratum diuturnitatis G, & fiat ut EB ad ED, ita quadratum H ad aliud quod sit I a cuius latere K, quod est diuturnitas ipsius ED, ablata KL aequali G, erit LM reliquum diuturnitas BD quaesita.

Per 22.
hujus.

Quoniam notum est triangulum AEB, cum notus sit angulus AEB aequalis alterno EDF inclinationis notae, & E AB rectus ex constructione, & notum latus AB ex hypotesi, notum erit etiam latus EB, & quia diuturnitas in plano BD est eadem ac si motus antecedens esset per EB, EB, & ED sunt in duplicata ratione diuturnitatum G, K ex constructione; unde a K deducta KL aequali G ex constructione, remanet LM diuturnitas BD. Quod, &c.

Per 7.
post.

Inde sequitur quod summa diuturnitatum C, & LM, est diuturnitas totius ABD.

Eadem operatione pariter reperietur diuturnitas BD si BD sit perpendicularis, & AB inclinata.

Item si ambo sint plana inclinata.

Ducta AD facile reperietur diuturnitas in ipsa si fiat ut ED ad AD, ita K ad aliud per 21. hujus.

Ducto alio plano puta DN, reperietur eius diuturnitas.

Si fiat ut ED ad OD ita diuturnitas ipsius ED puta L ad diuturnitatem OD, quae sit P, deinde ut OD ad ON ita quadratum diuturnitatis P ad aliud quadratum, cuius Radix erit diuturnitas ipsius DN.

Ex his patet quod si addantur plura plana eadem ratione reperientur eius diuturnitates.

Ex his etiam patet quod si in circulo dentur plura, plana verbi gratia AB, BC, CD, DE, & data sit diuturnitas super diametro, dabitur etiam diuturnitas cuiusvis dictorum AB, BC, CD, DE, & etiam omnium simul.

Ex his facile etiam cognoscere poteris esse breviorem, diuturnitatem per A, B, C, C, D, E quam per AE.